

INDICE

Prólogo	IX
Capítulo 1. Espacios Vectoriales Reales. Aplicaciones Lineales entre Espacios Vectoriales	1
1.1. Estructura de espacio vectorial sobre \mathbb{R}	1
1.2. Subespacios vectoriales	2
1.3. Combinación lineal de vectores	2
1.4. Sistemas de generadores	2
1.5. Dependencia e independencia lineal de vectores	2
1.6. Consecuencias de la definición de dependencia lineal	3
1.7. Base de un espacio vectorial. Dimensión	3
1.8. Cambio de base en un espacio vectorial	4
1.9. Aplicaciones lineales (homomorfismos) entre espacios vectoriales	5
1.10. Núcleo e imagen de una aplicación lineal	6
Problemas resueltos	6
Problemas propuestos	21
Capítulo 2. Matrices y Determinantes	23
2.1. Definición de matriz	23
2.2. Operaciones con matrices	24
2.3. Determinantes de una matriz cuadrada	25
2.4. Propiedades de los determinantes	27
2.5. Menor complementario y adjunto de un elemento de una matriz cuadrada	27
2.6. Cálculo de determinantes de cualquier orden	28
2.7. Matriz adjunta de una matriz cuadrada. Propiedades	29
2.8. Matriz inversa de una matriz cuadrada	29
2.9. Rango de una matriz	30
2.10. Matriz asociada a una aplicación lineal	31
Problemas resueltos	33
Problemas propuestos	50
Capítulo 3. Sistemas de Ecuaciones Lineales	53
3.1. Introducción	53
3.2. Equivalencia de sistemas	54
3.3. Sistemas de Cramer. Regla de Cramer	54
3.4. Teorema de Rouche – Frobenius	55
3.5. Sistemas lineales homogéneos	56
3.6. Discusión de sistemas de ecuaciones dependientes de uno o varios parámetros	57
3.7. Eliminación de parámetros. Ecuaciones paramétricas e implícitas	57
3.8. Método de Gauss para la resolución de sistemas lineales	58
Problemas resueltos	59
Problemas propuestos	85
Capítulo 4. Espacio afín. Puntos, Rectas y Planos. Incidencia y Paralelismo	87
4.1. Concepto de vector libre	87
4.2. Operaciones con vectores libres	87
4.2.1. Suma de vectores libres	88
4.2.2. Producto de un número real por un vector libre	88

4.3. Dependencia lineal en V_3	89
4.4. Espacio afín asociado al espacio afín E_3	89
4.4.1. Sistema de referencia en el espacio afín E_3	89
4.4.2. Cambio de sistemas de referencia afín	90
4.4.3. Subespacios afines	92
4.5. Ecuación de la recta en el espacio afín tridimensional	92
4.6. Incidencia de punto y recta	93
4.7. Condición para que tres puntos estén alineados	94
4.8. Radiación de rectas	94
4.9. Posiciones relativas de dos rectas	94
4.10. Ecuación del plano en el espacio afín tridimensional	96
4.11. Condición para que cuatro puntos sean coplanarios	97
4.12. Posiciones relativas de dos planos	97
4.13. Haz de planos	99
4.14. Posiciones relativas de una recta y un plano	99
4.15. Posiciones relativas de tres planos	100
4.16. Radiación de planos	102
Problemas resueltos	102
Problemas propuestos	120
Capítulo 5. Espacio Euclídeo Tridimensional. Problemas Métricos en el Espacio	123
5.1. Introducción	123
5.2. Producto escalar en V_3 . Espacio euclídeo tridimensional	123
5.3. Base ortonormal. Producto escalar ordinario. Ortogonalidad	123
5.4. Norma, espacio vectorial normado	124
5.5. Distancia entre dos puntos	124
5.6. Propiedades del producto escalar, de la norma asociado y de la distancia	125
5.7. Interpretación geométrica del producto escalar. Proyección ortogonal	125
5.8. Producto vectorial. Propiedades	128
5.9. Producto mixto. Propiedades	128
5.10. Aplicaciones del producto escalar a las rectas y planos del espacio afín E_3 . ángulos y distancias	129
Problemas resueltos	131
Problemas propuestos	150
Capítulo 6. Topología Usual de \mathbb{R}	152
6.1. Introducción	152
6.2. Intervalos y entornos en la real. Cotas y extremos	152
6.3. Conjuntos abiertos y cerrados. Punto interior, exterior y frontera	154
6.4. Puntos adherentes y de acumulación. Conjunto derivado y clausura. Puntos adherentes y clausura o adherencia. Punto aislado	155
Problemas resueltos	157
Problemas propuestos	167
Capítulo 7. Función Real de Variable. Límite y Continuidad de Funciones	169
7.1. Conceptos fundamentales de función	169
7.2. Límite de una función en un punto	171
7.3. Funciones continuas en un punto	173

7.4. Propiedades de las funciones continuas en un intervalo	176
Problemas resueltos	176
Problemas propuestos	188
Capítulo 8. Concepto de Derivada. Interpretación. Derivada Sucesivas	191
8.1. Definición de derivada	191
8.2. Derivadas laterales	191
8.3. Definición de función derivada	191
8.4. Interpretación de la derivada de una función	192
8.5. Derivación. Derivada de la composición de funciones	193
Problemas resueltos	196
Problemas propuestos	205
Capítulo 9. Propiedades de las Funciones Derivables. Aproximación Local de una Función	208
9.1. Funciones monótonas y derivable	208
9.2. Puntos singulares de la función derivable	209
9.3. Teoremas del valor medio	210
9.4. Aplicaciones de la derivada al cálculo de límites de funciones	211
9.5. Puntos singulares de una función n veces derivable	212
9.6. Aproximación local de una función	213
9.7. Observación	214
Problemas resueltos	214
Problemas propuestos	225
Capítulo 10. Representación gráfico de Funciones	228
10.1. Convexidad y concavidad de una función	228
10.2. Concavidad y convexidad de funciones derivables	229
10.3. Representación gráfica de funciones periódicas y funciones simétricas	231
10.4. Comportamiento infinito de una función. Asíntotas verticales	232
10.5. Comportamiento en el infinito de una función	232
10.6. Representación gráfica de una función	234
Problemas resueltos	235
Problemas propuestos	257
Capítulo 11. Concepto de Integral. Primitivas y Aplicaciones del Cálculo Integral	260
11.1. Introducción a la integral	260
11.2. Integral de una función continua	261
11.3. Integral de Riemann de una función	262
11.4. Funciones escalonadas	263
11.5. Propiedades de las funciones integrales	265
11.6. Funciones definidas por integrales. Primitivas de una función	265
11.7. Propiedades de la integral de funciones continuas	266
11.8. Integración de funciones elementales	268
11.9. Área delimitada por una función	270
Problemas resueltos	271
Problemas propuestos	279
Capítulo 12. Integración de Funciones. Métodos de Integración. Aplicaciones del Cálculo Integral	282
12.1. Integración por sustitución	282

12.2. Integración por partes	282
12.3. Integración de funciones racionales	284
12.4. Integración de algunas funciones irracionales	287
12.5. Integración de algunas funciones trigonométricas	288
12.6. Integración de otras funciones trascendentes	290
12.7. Aplicaciones geométricas del cálculo integral	291
12.8. Integrales impropias	292
Problemas resueltos	293
Problemas propuestos	306
Capítulo 13. Álgebra de Sucesos	310
13.1. Introducción	310
13.2. Experimentos aleatorio, espacio muestral, sucesos	310
13.3. Álgebra de sucesos	311
13.4. Sistema completo de sucesos	313
13.5. Experimentos y sucesos compuestos	313
13.6. Frecuencias absolutas y relativas de sucesos	313
Problemas resueltos	314
Problemas propuestos	326
Capítulo 14. Cálculo de Probabilidades	328
14.1. Introducción	328
14.2. Concepto de probabilidad. Probabilidad a posteriori y a priori	328
14.3. Espacios probabilizables	328
14.4. Definición axiomática de probabilidad. Propiedades. Regla de Laplace	329
14.5. Probabilidad condicionada. Sucesos independientes y dependientes. Propiedades	330
14.6. Teorema de la probabilidad total	331
14.7. Teorema de Bayes	331
Problemas resueltos	331
Problemas propuestos	343
Bibliografía	345
Índice	347