

INDICE

Prefacio	XI
Notación	XIII
Capítulo 1. Ecuaciones de Primer Orden	1
Introducción	1
1.1. Conceptos Básicos	2
Ejercicios	11
1.2. la Ecuación de Primer Orden	15
Interpretación geométrica	15
Tipos de soluciones	19
Cálculo de una SG a partir de una SC	21
Cálculo de una solución completa	25
Ejercicios	26
1.3. El Método de las Características	28
Ecuaciones lineales	28
La ecuación de ondas de primer orden	31
Características y buen planteamiento	33
Ecuaciones cuasilineales	36
Ejercicios	39
1.4. Método de las Características para Ecuaciones no Lineales	43
Ecuación no lineal general	43
Ecuación de Hamilton – Jacobi	47
Ejercicios	50
Apéndices	52
1.A. Ecuaciones de Pfaff	52
Ejercicios	58
1.B. Constantes arbitrarias esencialmente independientes	59
1.C. Envolventes de curvas y superficies	60
Ejercicios	66
1.D. Nota histórica sobre las ecuaciones parciales de primer orden	67
Capítulo 2. Clasificación de las Ecuaciones de Segundo Orden y Deducción de las Ecuaciones Fundamentales de la Física Matemática	71
2.1. Reducción a la forma canónica en un punto y clasificación de las ecuaciones lineales de segundo orden con una función incógnita que depende de n variables independientes	72
2.2. Reducción a la forma canónica en la vecindad de punto de una ecuación lineal de segundo orden con dos variables independientes	75
Ejercicios	82
2.3. Clasificación de los sistemas lineales de primer orden	85
Aplicación a los sistemas de segundo orden	88
Ejercicios	89
2.4. Ecuaciones que Modelan Procesos Vibratorios	90
Ecuación de la cuerda vibrante	90
Vibraciones de una membrana	93
Vibraciones longitudinales de una barra	97
Ecuaciones de la hidrodinámica y de las acústica	98
Ecuación del telégrafo	103

Condiciones iniciales y de contorno fundamentales	104
Oscilaciones transversales de una viga	105
Ejercicios	109
2.5. Ecuaciones que describen Procesos de Difusión	110
Conducción del calor en una dimensión	110
Ecuación de conducción del calor en tres dimensiones	111
Ecuación de difusión en medios isótropos	114
Condiciones iniciales y de contorno fundamentales	115
Ejercicios	116
2.6. Proceso Estacionarios	116
Temperatura de equilibrio	116
Potencial de velocidades de un fluido irrotacional	117
Membrana o cuerda en equilibrio	119
Potencial de campo eléctrico	119
Condiciones de contorno básicas	120
2.7. Comentario Final	120
Apéndices	122
2.A. Reducción a la forma canónica de la ecuación lineal de segundo orden con coeficientes constantes	122
Ejercicios	
2.B. Coordenadas lagrangianas y eulerianas	123
2.C. Nota sobre la deducción de las ecuaciones por métodos variacionales	124
Capitulo 3. Ecuaciones Hiperbólicas	127
Introducción	127
3.1. La fórmula de Euler – D’Alembert para el problema de Cauchy relativo a la ecuación de la cuerda vibrante	128
3.2. Fórmula de D’Alembert para problemas mixtos. Método de la reflexión de ondas	133
Ejercicios	140
3.3 Método de la integral de energía para la demostración de la unicidad de la solución	145
3.4. Método de Fourier para el problema mixto relativo a la ecuación de la cuerda vibrante con condiciones de contorno homogéneas	148
3.5. Algo de música	154
3.6. Método de Fourier para la ecuación no homogénea. Función de Green	158
Ejercicios	164
3.7. Soluciones Generalizadas	168
Método de identidades integrales	170
Método de paso al límite	172
Ejercicios	175
3.8. Vibraciones de una Membrana	176
Contorno rectangular	177
Contorno circular	180
Ejercicios	183
3.9. Nota histórica sobre el problema de cuerda vibrante y el método de Fourier	184
3.10. El principio de Duhamel	188

Ejercicios	190
3.11. El método de premediación y la fórmula de Kirchhoff	191
3.12. El método de descenso y el principio de Huygens	194
Ejercicios	196
Apéndices	198
3.A. La Ecuación de Ondas Amortiguada	198
Ejercicios	202
3.B. Método de los operadores	200
Ejercicios	204
3.D. Propagación y dispersión de ondas n-dimensionales	204
Ejercicios	207
3.E. La familia Bernoulli	207
Capítulo 4. Ecuaciones Parabólicas	209
Introducción	209
4.1. Primer problema de contorno y principio del máximo	209
Ejercicios	
4.2. Solución del primer problema de contorno por el método de Fourier	213
Ejercicios	214
4.3. Función de Green para el problema mixto	216
4.4. Problemas de conducción del calor no homogéneos	218
Ejercicios	222
4.5. Principio del Máximo para el Problema de Cauchy	224
Ejercicios	225
4.6. Fórmula de Poisson para el problema de Cauchy. Método de la Transformada de Fourier. Unidades aproximativas	225
Ejercicios	231