

INDICE

Capítulo 0. Algunas Palabras Preliminares	1
0.1. El papel de las definiciones	1
0.2. Conjuntos	2
0.3. Participaciones y relaciones de equivalencia	4
Parte I. Grupos	10
Capítulo 1. Operaciones Binarias	10
1.1. Motivación	10
1.2. Definición y propiedades	11
1.3. Tablas	13
1.4. Algunas palabras de advertencia	13
Capítulo 2. Grupos	18
2.1. Motivación	18
2.2. Definición y propiedades elementales	19
2.3. Grupos finitos y tablas de grupo	23
Capítulo 3. Subgrupos	29
3.1. Notación y terminología	29
3.2. Subconjuntos y subgrupos	30
3.3. Subgrupos cíclicos	33
Capítulo 4. Permutaciones I	37
4.1. Funciones y permutaciones	37
4.2. Grupos de permutaciones	40
4.3. Dos ejemplos importantes	42
Capítulo 5. Permutaciones II	48
5.1. Ciclos y notación cíclica	48
5.2. Permutaciones pares e impares	51
5.3. Grupos alternantes	53
Capítulo 6. Grupos Cíclicos	57
6.1. Propiedades elementales	57
6.2. Clasificación de grupos cíclicos	60
6.3. Subgrupos de grupos cíclicos finitos	62
Capítulo 7. Isomorfismo	66
7.1. Definición y propiedades elementales	66
7.2. Cómo mostrar que dos grupos son isomorfos	67
7.3. Cómo mostrar que dos grupos no son isomorfos	69
7.4. El teorema de Cayley	71
Capítulo 8. Productos Directos	78
8.1. Productos directos externos	78
*8.2. Productos directos internos	83
Capítulo 9. Grupos Abelianos Finitamente Generados	88
9.1. Generadores y torsión	88
9.2. El teorema fundamental	90
*9.3. Aplicaciones	93
*Capítulo 10. Grupos en Geometría y Análisis	97
*10.1. Grupos en geometría	97
*10.2. Grupos en análisis	102
Capítulo 11. Grupos de Clases Laterales	106
11.1. Introducción	106

11.2. Clases laterales	107
11.3. Aplicaciones	112
Capítulo 12. Subgrupos Normales y grupos Factores	116
12.1. Criterio para la existencia de un grupo de clases laterales	116
12.2. Automorfismos internos y subgrupos normales	118
12.3. Grupos factores	120
12.4. Grupos simples	123
*12.5. Aplicaciones	124
Capítulo 13. Homomorfismos	130
13.1. Definición y propiedades elementales	130
13.2. El teorema fundamental del homomorfismo	133
13.3. Aplicaciones	135
Capítulo 14. Series de Grupos	139
14.1. Series normales y subnormales	139
14.2. El teorema de Jordan – Holder	141
*14.3. El centro y la serie central ascendente	144
*Capítulo 15. Teoremas de Isomorfismo; Demostración del Teorema de Jordan – Holder	146
*15.1. Teoremas de isomorfismo	146
*15.2. El lema de Zassenhaus (de la mariposa)	149
*15.3. Demostración del teorema de Schreier	150
* Capítulo 16. Acción de un Grupo en un Conjunto	155
*16.1. El concepto de acción de grupo	155
*16.2. Conjuntos fijos y subgrupos de isotropía	157
*16.3. Orbitas	158
*Capítulo 17. Aplicaciones de los G – Conjuntos al Conteo	162
*Capítulo 18. Teoremas de Sylow	167
*18.1. p -grupos	167
*18.2. Los teoremas de Sylow	169
* Capítulo 19. Aplicaciones de la Teoría de Sylow	174
*19.1. Aplicaciones a p -grupos y la ecuación de clase	174
*19.2. Aplicaciones ulteriores	176
*Capítulo 20. Grupos Abelianos Libres	181
* 20.1. Grupos abelianos libres	181
* 20.2. Demostración del teorema fundamental	184
* Capítulo 21. Grupos Libres	190
* 21.1. Palabras y palabras reducidas	190
* 21.2. Grupos libres	191
* 21.3. Homomorfismos de grupos libres	193
* 21.4. Más sobre grupos abelianos libres	194
* Capítulo 22. Presentaciones de Grupos	197
* 22.1. Definición	197
* 22.2. Presentaciones isomorfas	198
* 22.3. Aplicaciones	200
Parte II. Anillos y Campos	
Capítulo 23. Anillos	208
23.1. Definición y propiedades básicas	208
23.2. Cuestiones multiplicativas; campos	211

Capítulo 24. Dominios Enteros	215
24.1. Divisores de 0 y cancelación	215
24.2. Dominios enteros	217
24.3. Características de un anillo	218
24.4. Teorema de Fermat	219
* 24.5. Generalización de Euler	220
*Capítulo 25. Algunos Ejemplos no Conmutativos	224
* 25.1. Matrices sobre un campo	224
* 25.2. Anillos de endomorfismos	227
* 25.3. Anillos de grupo y álgebra de grupo	230
* 25.4. Cuaterniones	232
Capítulo 26. El Campo de Cocientes de un Dominio Entero	237
26.1. La construcción	237
26.2. Unicidad	242
Capítulo 27. Nuestro Objetivo Fundamental	246
Capítulo 28. Anillos Cocientes e Ideales	250
28.1. Introducción	250
28.2. Criterios para la existencia de un anillo de clases laterales	251
28.3. Ideales y anillos cocientes	253
Capítulo 29. Homomorfismos de Anillos	257
29.1. Definición y propiedades elementales	257
29.2. Ideales maximales y primos	259
29.3. Campos primos	262
Capítulo 30. Anillos de Polinomios	266
30.1. Polinomios en una indeterminada	266
30.2. Homomorfismo de Evaluación	270
30.3. El nuevo enfoque	273
Capítulo 31. Factorización de Polinomios sobre un Campo	277
31.1. El algoritmo de la división en $F[x]$	277
31.2. Polinomios irreducibles	281
31.3. Estructura de ideal en $F[x]$	285
31.4. Unicidad de la factorización en $F[x]$	286
* Capítulo 32. Dominios de factorización Unica	291
* 32.1. Introducción	291
* 32.2. Todo DIP es un DFU	293
* 32.3. Si D es un DFU, Entonces $D[x]$ es un DFU	297
* Capítulo 33. Dominios Euclidianos	304
* 33.1. Introducción y definición	304
* 33.2. Aritmética en dominio euclidianos	305
* Capítulo 34. Enteros Gaussianos y Normas	312
* 34.1. Enteros gaussianos	312
* 34.2. Normas multiplicativas	315
Capítulo 35. Introducción a los Campos de Extensión	320
35.1. El objetivo fundamental alcanzado	320
35.2. Elementos algebraicos y trascendentes	322
35.3. El polinomio irreducible de x sobre F	324
35.4. Extensiones simples	325
Capítulo 36. Espacios Vectoriales	331

36.1. Definición y propiedades elementales	331
36.2. Independencia lineal y bases	333
36.3. Dimensión	335
36.4. Una aplicación a la teoría de campos	338
* Capítulo 37. Otras Estructuras Algebraicas	342
*37.1. Grupos con operadores	342
* 37.2. Módulos	344
* 37.3. Algebras	345
Capítulo 38. Extensiones Algebraicas	348
38.1. Extensiones finitas	348
38.2. Campos algebraicamente cerrados y cerraduras algebraicas	352
* 38.3. Existencia de una cerradura algebraica	354
* Capítulo 39. Construcciones Geométricas	360
* 39.1. Números construibles	360
* 39.2. Imposibilidad de ciertas construcciones	364
Capítulo 40. Automorfismos de Campo	368
40.1. Isomorfismos básicos de la teoría de los campos algebraicos	368
40.2. Automorfismo y campos fijos	371
40.3. El automorfismo de Frobenius	375
Capítulo 41. El Teorema de Extensión de Isomorfismos	379
41.1. El teoría de extensión	379
41.2. Índice de un campo de extensión	381
* 41.3. Demostración del teorema de extensión	384
Capítulo 42. Campos de Descomposición	388
Capítulo 43. Extensiones Separables	394
43.1. Multiplicidad de los ceros de un polinomio	394
43.2. Extensiones separables	396
43.3. Campos perfectos	398
* 43.4. Teorema del elemento primitivo	400
* Capítulo 44. Extensiones Totalmente Inseparables	404
* 44.1. Extensiones totalmente inseparables	404
* 44.2. Cerraduras separables	406
Capítulo 45. Campos Finitos	409
45.1. Estructura de un campo finito	409
45.2. La existencia de CG (pn)	411
Capítulo 46. Teoría de Galois	415
46.1. Resumen	415
46.2. Extensiones normales	416
46.3. El teorema principal	417
46.4. Grupos de Galois sobre campos finitos	420
* 46.5. Final de la demostración del teorema principal	421
* Capítulo 47. Ilustraciones de la Teoría de Galois	426
* 47.1. Funciones simétricas	426
* 47.2. Ejemplos	428
* Capítulo 48. Extensiones Ciclotómicas	435
* 48.1. El grupo de Galois de una extensión ciclotómica	435
* 48.2. Polígonos construibles	438
Capítulo 49. Insolubilidad de la Química	433

49.1. El problema	443
49.2. Extensiones por radicales	443
49.3. Insolubilidad de la química	446
Apéndice. Inducción matemática	450
Bibliografía	454
Respuestas y comentarios	457
Notaciones	475
Índice de materias	479