

---

# Contenido

## Capítulo 1 *Números reales, funciones y gráficas* 1

- 1.1 Números reales y desigualdades 2
- 1.2 Coordenadas y rectas 16
- 1.3 Circunferencias y gráficas de ecuaciones 32
- 1.4 Funciones 42
- 1.5 Gráficas de funciones 55
- 1.6 Funciones trigonométricas 61
- Ejercicios de repaso del Capítulo.1* 71

## Capítulo 2 *Límites y continuidad* 74

- 2.1 Límites de una función 75
- 2.2 Teoremas de los límites de funciones 86
- 2.3 Límites unilaterales 98
- 2.4 Límites infinitos 105
- 2.5 Límites en el infinito 119
- 2.6 Continuidad de una función en un número 133
- 2.7 Continuidad de una función compuesta y continuidad en un intervalo 145
- 2.8 Continuidad de las funciones trigonométricas y teorema de estricción 155

- 2.9 Demostraciones de algunos teoremas de límite  
(*Suplementaria*) **166**
- 2.10 Teoremas adicionales sobre límites de funciones (*Suplementaria*) **175**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 2* **181**

*Capítulo 3 La derivada y la diferenciación* **185**

- 3.1 La recta tangente y la derivada **186**
- 3.2 Diferenciabilidad y continuidad **198**
- 3.3 Teoremas de la diferenciación de funciones algebraicas **209**
- 3.4 Movimiento rectilíneo y la derivada como intensidad de variación  
relativa **217**
- 3.5 Derivadas de las funciones trigonométricas **230**
- 3.6 Derivada de una función compuesta y regla de la cadena **241**
- 3.7 Derivada de la función potencia con exponentes racionales **251**
- 3.8 Diferenciación implícita **257**
- 3.9 Rapideces de variación relacionadas **262**
- 3.10 Derivadas de orden superior **271**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 3* **279**

*Capítulo 4 Valores extremos de funciones, técnicas de graficación  
y la diferencial* **284**

- 4.1 Valores máximo y mínimo de una función **285**
- 4.2 Aplicaciones con un extremo absoluto en un intervalo cerrado **295**
- 4.3 Teorema de Rolle y teorema del valor medio **304**
- 4.4 Funciones crecientes y decrecientes, y prueba de la primera  
derivada **311**
- 4.5 Concavidad y puntos de inflexión **318**
- 4.6 Prueba de la segunda derivada para valores extremos relativos **329**
- 4.7 Trazo de la gráfica de una función **336**
- 4.8 Estudio adicional de los valores extremos absolutos y sus  
aplicaciones **343**
- 4.9 La diferencial **355**
- 4.10 Soluciones numéricas de ecuaciones con el método de Newton  
(*Suplementaria*) **365**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 4* **371**

*Capítulo 5 Integral definida e integración* **376**

- 5.1 Antidiferenciación **377**
- 5.2 Algunas técnicas de antidiferenciación **388**
- 5.3 Ecuaciones diferenciales y movimiento rectilíneo **398**
- 5.4 Área **408**
- 5.5 La integral definida **423**
- 5.6 Propiedades de la integral definida **433**
- 5.7 Teorema del valor medio para integrales **444**
- 5.8 Teoremas fundamentales del Cálculo **449**
- 5.9 Área de una región en un plano **458**
- 5.10 Integración numérica **469**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 5* **481**

**Capítulo 6** *Aplicaciones de la integral definida* 487

- 6.1 Volúmenes de sólidos con los métodos de rebanadas, discos y anillos 488
- 6.2 Volúmenes de sólidos con el método de capas cilíndricas 502
- 6.3 Longitud de arco de la gráfica de una función 509
- 6.4 Centro de masa de una barra 516
- 6.5 Centroides de una región plana 524
- 6.6 Trabajo 534
- 6.7 Presión en un líquido (*Suplementaria*) 541  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 6* 548

**Capítulo 7** *Funciones inversas, logarítmicas y funciones exponenciales* 552

- 7.1 Funciones inversas 553
- 7.2 Teoremas de funciones inversas y derivada de la inversa de una función 565
- 7.3 Función logarítmica natural 575
- 7.4 Diferenciación logarítmica e integrales que conducen a la función logarítmica natural 586
- 7.5 Función exponencial natural 594
- 7.6 Otras funciones exponenciales y logarítmicas 604
- 7.7 Aplicaciones de la función exponencial natural 611
- 7.8 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden (*Suplementaria*) 626  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 7* 638

**Capítulo 8** *Funciones trigonométricas inversas y funciones hiperbólicas* 642

- 8.1 Funciones trigonométricas inversas 643
- 8.2 Derivadas de las funciones trigonométricas inversas 654
- 8.3 Integrales que producen funciones trigonométricas inversas 662
- 8.4 Funciones hiperbólicas 667
- 8.5 Funciones hiperbólicas inversas (*Suplementaria*) 678  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 8* 684

**Capítulo 9** *Técnicas de integración* 687

- 9.1 Integración por partes 689
- 9.2 Integración de potencias de las funciones seno y el coseno 695
- 9.3 Integración de potencias de las funciones tangente, cotangente, secante y cosecante 700
- 9.4 Integración por sustitución trigonométrica 704
- 9.5 Integración de funciones racionales por fracciones parciales cuando el denominador sólo tiene factores lineales 712
- 9.6 Integración de funciones racionales por fracciones parciales cuando el denominador contiene factores cuadráticos 724
- 9.7 Sustituciones diversas 730

- 9.8 Integrales que producen funciones hiperbólicas inversas  
(Suplementaria) **735**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 9 740*

*Capítulo 10 Secciones cónicas y coordenadas polares 743*

- 10.1 La parábola y traslación de ejes **744**  
 10.2 La elipse **755**  
 10.3 La hipérbola **766**  
 10.4 Rotación de ejes **780**  
 10.5 Coordenadas polares **786**  
 10.6 Gráficas de ecuaciones en coordenadas polares **793**  
 10.7 Área de una región en coordenadas polares **809**  
 10.8 Tratamiento unificado de las secciones cónicas y sus ecuaciones polares **813**  
 10.9 Rectas tangentes de curvas polares (Suplementaria) **826**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 10 837*

*Capítulo 11 Formas indeterminadas, integrales impropias y fórmula de Taylor 841*

- 11.1 La forma indeterminada  $0/0$  **842**  
 11.2 Otras formas indeterminadas **852**  
 11.3 Integrales impropias con límites de integración infinitos **859**  
 11.4 Otras integrales impropias **870**  
 11.5 Fórmula de Taylor **875**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 11 884*

*Capítulo 12 Sucesiones y series infinitas de términos constantes 886*

- 12.1 Sucesiones **887**  
 12.2 Sucesiones monótonas y acotadas **896**  
 12.3 Series infinitas de términos constantes **903**  
 12.4 Cuatro teoremas de series infinitas **913**  
 12.5 Series infinitas de términos positivos **919**  
 12.6 Prueba de la integral **929**  
 12.7 Series alternas (o alternantes) **933**  
 12.8 Convergencia absoluta y condicional, prueba de la razón y prueba de la raíz **938**  
 12.9 Resumen de las pruebas para la convergencia o divergencia de series infinitas **947**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 12 949*

*Capítulo 13 Series de potencias 951*

- 13.1 Introducción a las series de potencias **952**  
 13.2 Diferenciación de series de potencias **960**  
 13.3 Integración de series de potencias **971**  
 13.4 Serie de Taylor **979**  
 13.5 Serie binomial **989**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 13 994*

*Capítulo 14 Vectores en el plano y ecuaciones paramétricas 996*

- 14.1 Vectores en el plano 997
- 14.2 Producto escalar 1013
- 14.3 Funciones con valor vectorial y ecuaciones paramétricas 1023
- 14.4 Cálculo de las funciones con valor vectorial 1032
- 14.5 Longitud de arco 1041
- 14.6 Vectores unitarios tangente y normal y la longitud de arco como parámetro 1048
- 14.7 Curvatura 1054
- 14.8 Movimiento plano 1065
- 14.9 Componentes tangenciales y normales de la aceleración (Suplementaria) 1073
- Ejercicios de repaso del Capítulo 14 1078*

*Capítulo 15 Vectores y geometría analítica en el espacio 1081*

- 15.1 El espacio numérico tridimensional 1082
- 15.2 Vectores en el espacio tridimensional 1091
- 15.3 Planos 1104
- 15.4 Recta en  $\mathcal{R}^3$  1113
- 15.5 Producto vectorial (o exterior) 1120
- 15.6 Cilindros y superficies de revolución 1134
- 15.7 Superficies cuádricas 1141
- 15.8 Curvas en  $\mathcal{R}^3$  1150
- 15.9 Coordenadas cilíndricas y esféricas 1160
- Ejercicios de repaso del Capítulo 15 1166*

*Capítulo 16 Cálculo diferencial de funciones de más de una variable 1169*

- 16.1 { Funciones de más de una variable 1170
- 16.2 { Límites de funciones de más de una variable 1182
- 16.3 { Continuidad de funciones de más de una variable 1196
- 16.4 Derivadas parciales 1202
- 16.5 Diferenciabilidad y diferencial total 1211
- 16.6 Regla de la cadena 1222
- 16.7 Derivadas parciales de orden superior 1230
- 16.8 Condiciones suficientes de diferenciabilidad (Suplementaria) 1239
- Ejercicios de repaso del Capítulo 16 1244*

*Capítulo 17 Derivadas direccionales, gradientes y aplicaciones de las derivadas parciales 1248*

- 17.1 Derivadas direccionales y gradientes 1249
- 17.2 Planos tangentes y rectas normales a superficies 1258
- 17.3 Valores extremos de funciones de dos variables 1263
- 17.4 Multiplicadores de Lagrange 1283
- 17.5 Obtención de una función a partir de su gradiente y diferenciales 1290
- Ejercicios de repaso del Capítulo 17 1299*

• *Capítulo 18 Integración múltiple 1303*

- 18.1 La integral doble **1304**
- 18.2 Evaluación de integrales dobles e integrales iterativas **1312**
- 18.3 Centro de masa y momentos de inercia **1321**
- 18.4 La integral doble en coordenadas polares **1328**
- 18.5 Área de una superficie **1337**
- 18.6 La integral triple **1344**
- 18.7 La integral triple en coordenadas cilíndricas y esféricas **1350**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 18 1359*

*Capítulo 19 Introducción al cálculo de campos vectoriales 1362*

- 19.1 Campos vectoriales **1363**
- 19.2 Integrales de línea **1373**
- 19.3 Integrales de línea independientes de la trayectoria **1384**
- 19.4 Teorema de Green **1397**
- 19.5 Integrales de superficie **1413**
- 19.6 Teorema de divergencia de Gauss y teorema de Stokes **1422**  
*Ejercicios de repaso del Capítulo 19 1430*

*Apéndice 1434*

- A.0 Alfabeto griego **1435**
- A.1 Potencias y raíces **1436**
- A.2 Fórmulas de geometría y trigonometría **1437**
- A.3 Funciones trigonométricas **1439**
- A.4 Logaritmos naturales **1440**
- A.5 Funciones exponenciales **1442**
- A.6 Funciones hiperbólicas **1449**
- A.7 Uso de las tablas de integrales **1450**
- A.8 Tablas de derivadas e integrales **1455**

*Respuestas a los ejercicios de número impar 1461*

*Índice 1550*