

INDICE GENERAL

| | |
|---------------------------|----|
| PROLOGO _____ | |
| ¿QUE ES EL CALCULO? _____ | xi |

1

| | |
|---|---|
| RAZON DE CAMBIO DE UNA FUNCION _____ | 1 |
|---|---|

- 1.1 Coordenadas en el plano 1
- 1.2 Incrementos y distancia 4
- 1.3 Pendiente de una recta 8
- 1.4 Ecuaciones de las rectas 14
- 1.5 Funciones y gráficas 21
- 1.6 Pendientes de curvas cuadráticas y cúbicas 39
- 1.7 Pendiente de la curva $y = f(x)$. Derivadas 46
- 1.8 Velocidad y otras razones de cambio 53
- 1.9 Propiedades de los límites 60
- 1.10 Límite infinito 76
- 1.11 Funciones continuas 83
 - Preguntas y ejercicios de repaso 94
 - Problemas varios 95

2

| | |
|-----------------|----|
| DERIVADAS _____ | 98 |
|-----------------|----|

- 2.1 Diferenciación formal 98
- 2.2 Funciones polinomiales y sus derivadas 99
- 2.3 Productos, potencias y cocientes 107
- 2.4 Diferenciación implícita y potencias fraccionarias 118
- 2.5 Aproximación por la recta tangente 127
- 2.6 Regla de la cadena y ecuaciones paramétricas 136

- 2.7 Breve repaso de trigonometría. Angulos entre curvas 145
- 2.8 Derivadas de funciones trigonométricas 158
- 2.9 Método de Newton para aproximar soluciones de ecuaciones 165
- 2.10 Funciones inversas y método de Picard 170
- 2.11 Resumen de fórmulas de derivadas 179
 - Preguntas y ejercicios de repaso 180
 - Problemas varios 181

3

| | |
|-------------------------------------|-----|
| APLICACIONES DE LAS DERIVADAS _____ | 185 |
|-------------------------------------|-----|

- 3.1 Trazado de curvas. Signo de la derivada primera 185
- 3.2 Concavidad y puntos de inflexión 191
- 3.3 Asintotas y simetría 196
- 3.4 Máximos y mínimos: teoría 203
- 3.5 Máximos y mínimos: problemas 210
- 3.6 Razones relacionadas 221
- 3.7 Teorema de Rolle 227
- 3.8 Teorema del valor medio 230
- 3.9 Formas indeterminadas y regla de l'Hôpital 236
- 3.10 Ampliación del teorema del valor medio a la fórmula de Taylor. Estimación de errores de aproximación 242
 - Preguntas y ejercicios de repaso 249
 - Problemas varios 250

4

| | |
|-------------------|-----|
| INTEGRACION _____ | 255 |
|-------------------|-----|

- 4.1 Introducción 255
- 4.2 Integrales indefinidas 255

- 4.3 Aplicaciones. Determinación de constantes de integración 262
- 4.4 Integrales de funciones trigonométricas 265
- 4.5 Integrales definidas. El área bajo una curva 271
- 4.6 Cálculo de áreas como límites 281
- 4.7 Teoremas fundamentales del cálculo integral 286
- 4.8 Integración por sustitución. Diferenciales 300
- 4.9 Reglas para aproximar integrales definidas 309
 - Preguntas y ejercicios de repaso 318
 - Problemas varios 319

5

APLICACIONES DE LAS INTEGRALES DEFINIDAS 321

- 5.1 Introducción 321
- 5.2 Area entre dos curvas 321
- 5.3 Distancia 325
- 5.4 Cálculo de volúmenes por rebanadas 330
- 5.5 Volúmenes modelados con casquillos cilíndricos y arandelas 336
- 5.6 Longitud de una curva plana 344
- 5.7 Area de una superficie de revolución 350
- 5.8 Valor promedio de una función 357
- 5.9 Momentos y centro de masa 362
- 5.10 Centroides y centros de gravedad 370
- 5.11 Teoremas de Pappus 374
- 5.12 Fuerza hidrostática 377
- 5.13 Trabajo 381
 - Preguntas y ejercicios de repaso 387
 - Problemas varios 387

6

FUNCIONES TRASCENDENTES 390

- 6.1 Introducción 390
- 6.2 Funciones trigonométricas inversas 392
- 6.3 Derivadas de las funciones trigonométricas inversas e integrales relacionadas 397
- 6.4 El logaritmo natural y su derivada 403
- 6.5 Propiedades de los logaritmos naturales. La gráfica de $y = \ln x$ 410

- 6.6 La función exponencial e^x 416
- 6.7 Las funciones a^x y a^u 425
- 6.8 La función $y = \log_a u$. Crecimiento relativo. Razones de funciones 433
- 6.9 Aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas 440
- 6.10 El interés compuesto y el testamento de Benjamin Franklin 446
 - Problemas y ejercicios de repaso 450
 - Ejercicios varios 450

7

METODOS DE INTEGRACION 454

- 7.1 Fórmulas básicas de integración 454
- 7.2 Integración por partes 461
- 7.3 Productos y potencias de funciones trigonométricas 469
- 7.4 Potencias pares de senos y cosenos 479
- 7.5 Sustituciones trigonométricas en integrales con $a^2 + u^2$, $\sqrt{a^2 - u^2}$, $\sqrt{a^2 + u^2}$, $\sqrt{u^2 - a^2}$ 483
- 7.6 Integrales con $ax^2 + bx + c$ 491
- 7.7 Fracciones parciales 494
- 7.8 $z = \tan(x/2)$ 502
- 7.9 Integrales impropias 505
- 7.10 Utilización de las tablas de integrales 515
 - Preguntas y ejercicios de repaso 518
 - Problemas varios 518

8

GEOMETRIA ANALITICA PLANA 522

- 8.1 Secciones cónicas 522
- 8.2 Ecuaciones obtenidas de la fórmula de la distancia 524
- 8.3 Círculos 525
- 8.4 Parábolas 529
- 8.5 Elipses 535
- 8.6 Hipérbolas 543
- 8.7 Curvas cuadráticas 552
- 8.8 ¿Parábola, elipse o hipérbola? Criterio del discriminante 557
- 8.9 Secciones de un cono 559
 - Preguntas y ejercicios de repaso 562
 - Problemas varios 562

9**FUNCIONES HIPERBOLICAS 565**

- 9.1 Introducción 565
- 9.2 Definiciones e identidades 565
- 9.3 Derivadas e integrales 569
- 9.4 Funciones hiperbólicas inversas 575
- 9.5 Cables colgantes 580
 - Preguntas y ejercicios de repaso 582
 - Problemas varios 582

10**COORDENADAS POLARES 584**

- 10.1 Coordenadas polares 584
- 10.2 Gráficas de ecuaciones polares 591
- 10.3 Ecuaciones polares de las cónicas y otras curvas 596
- 10.4 Integrales 601
 - Preguntas y ejercicios de repaso 606
 - Problemas varios 606

11**SUCESIONES Y SERIES INFINITAS 609**

- 11.1 Introducción 609
- 11.2 Sucesiones numéricas 610
- 11.3 Límites de aparición frecuente 620
- 11.4 Series infinitas 624
- 11.5 Criterios de convergencia para series de términos no negativos 635
- 11.6 Convergencia absoluta 658
- 11.7 Series alternadas. Convergencia condicional 666
 - Preguntas y ejercicios de repaso 673
 - Problemas varios 674

12**SERIES DE POTENCIAS 675**

- 12.1 Series de potencias para funciones 675
- 12.2 Teorema de Taylor con residuo: senos, cosenos y e^x 681

- 12.3 Otros cálculos, logaritmo, arco tangente y π 691
- 12.4 Formas indeterminadas 698
- 12.5 Convergencia de series de potencias. Integración, diferenciación, multiplicación y división 701
 - Preguntas y ejercicios de repaso 714
 - Problemas varios 714

13**VECTORES 716**

- 13.1 Componentes de un vector y vectores unitarios i y j 716
- 13.2 Modelo del movimiento de un proyectil 723
- 13.3 Ecuaciones paramétricas en geometría analítica 728
- 13.4 Coordenadas en el espacio 735
- 13.5 Vectores y distancia en el espacio 739
- 13.6 Producto escalar de dos vectores 742
- 13.7 Producto vectorial de dos vectores en el espacio 749
- 13.8 Ecuaciones de rectas, segmentos de rectas y planos 753
- 13.9 Producto de tres o más vectores 760
- 13.10 Cilindros 767
- 13.11 Superficies cuádricas 769
 - Preguntas y ejercicios de repaso 775
 - Problemas varios 776

14**FUNCIONES VECTORIALES Y SUS DERIVADAS 780**

- 14.1 Derivadas de funciones vectoriales 780
- 14.2 Vectores tangentes, velocidad y aceleración 785
- 14.3 Longitud de arco de curvas en el espacio. Vector tangente unitario T 790
- 14.4 Curvatura y vectores normales 795
- 14.5 Derivadas de productos vectoriales. Componentes tangencial y normal de v y a 803
- 14.6 Movimiento planetario y satélites 809
 - Preguntas y ejercicios de repaso 814
 - Problemas varios 814