

## INDICE

<b>Capítulo Primero.</b>	
<b>Número. Variable. Función</b>	
1. Números reales. Representación de números reales por los puntos del eje numérico	1
2. Valor absoluto de un número real	3
3. Magnitudes variables y constantes	4
4. Dominio de definición de una variable	5
6. Función	8
7. Formas diversas de expresión de funciones	9
8. Funciones elementales principales. Funciones elementales	11
9. Funciones algebraicas	16
<b>Capítulo II.</b>	
<b>Límite y Continuidad de las Funciones</b>	
1. Límite de una variable. Variable infinitamente grande	22
2. Límite de una función	25
3. Función que tiende a infinito. Funciones acotadas	28
4. Infinitésimos y sus propiedades fundamentales	32
5. Teoremas fundamentales sobre límites	35
6. Límite de la función $\sin x$ cuando $x \rightarrow 0$	40
7. El número e	42
8. Logaritmos naturales	47
9. Continuidad de las funciones	49
10. Propiedades de las funciones continuas	53
11. Comparación de infinitésimos	56
<b>Capítulo III.</b>	
<b>Derivada y Diferencial</b>	
1. Velocidad del movimiento	63
2. Definición de la derivada	64
3. Interpretación geométrica de la derivada	66
4. Funciones derivables	68
5. Cálculo de la derivada de las funciones elementales. Derivada de la función $y = x^n$ , siendo n entero y positivo	70
6. Derivadas de las funciones $y = \sin x$ ; $y = \cos x$	72
7. Derivada de una constante, del producto de una constante por una función, de la suma de producto y cociente de dos funciones	74
8. Derivada de la función logarítmica	79
9. Derivada de una función compuesta	80
10. Derivadas de las funciones $y = \operatorname{tg} x$ , $y = \operatorname{ctg} x$ , $y = \ln [x]$	83
11. La función implícita y su derivada	85
12. Derivadas de la función potencial con exponente real cualquiera, de la función exponencial y de función exponencial compuesta	87
13. Función inversa y su derivación	90
14. Funciones trigonométricas y sus derivadas	94
15. Tabla de las principales fórmulas de derivación	99
16. Funciones dadas en forma paramétrica	100
17. Ecuaciones paramétricas de algunas curvas	102

18. Derivada de una función dada paramétricamente	105
19. Funciones hiperbólicas	107
20. Diferencial	110
21. Significado geométrico de la diferencial	115
22. Derivadas de diversos órdenes	116
23. Diferenciales de órdenes diversos	119
24. Derivada de diversos órdenes de las funciones implícitas y de las funciones definidas paramétricamente	120
25. Interpretación mecánica de la derivada segunda	123
26. Ecuaciones de la tangente y de la normal. Longitudes de la subtangente y de la subnormal	124
27. Significado geométrico de la derivada del radio vector respecto al ángulo polar	128
<b>Capítulo IV.</b>	
<b>Teoremas sobre las Funciones Derivables</b>	
1. Teorema sobre la raíces de la derivada (teorema de Rolle )	145
2. Teorema de los incrementos finitos (teorema de Lagrange)	147
3. Teorema sobre el cociente de los incrementos de dos funciones (teorema de Cauchy)	149
4. Límite del cociente de dos infinitésimos. (Cálculo del límite de indeterminaciones del tipo 0/0)	150
5. Límite del coeficiente de dos magnitudes infinitamente grandes (Cálculo del límite de indeterminaciones de la forma oo/oo)	164
<b>Capítulo V.</b>	
<b>Análisis de la Variación de las Funciones</b>	
1. Generalidades	172
2. Crecimiento y decrecimiento de una función	173
3. Máximo y mínimo de las funciones	175
4. Análisis del máximo y mínimo de una función derivable mediante la primera derivada	181
5. Análisis del máximo y mínimo de una función mediante la segunda derivada	184
6. Valores máximo y mínimo de una función en un intervalo	188
7. Aplicaciones a la teoría de máximos y mínimos de las funciones	190
8. Análisis de los valores máximos y mínimos de una función mediante la fórmula de Taylor	192
9. Convexidad y concavidad de las curvas. Puntos de inflexión	195
10. Asíntotas	201
11. Esquemas general del análisis de funciones y de la construcción de gráficas	207
12. Estudio de las curvas dadas en forma paramétricas	212
<b>Capítulo VI.</b>	
<b>Curvatura de una Curva</b>	
1. longitud del arco y su derivada	225
2. Curvatura	228
3. Cálculo de la curvatura	230
4. Cálculo de la curvatura de una curva dada en forma paramétrica	233
5. Cálculo de la curvatura de una curva dada en coordenadas polares	234
6. Radio y círculo de curvatura. Centro de curvatura. Evoluta y evolvente	236

8. Cálculo aproximado de las raíces reales de una ecuación	246
<b>Capítulo VII. Números Complejos. Polinomios</b>	
1. Números complejos. Generalidades	255
2. Operaciones fundamentales con números complejos	257
3. Elevación a una potencia y extracción de la raíz de un número complejo	260
4. Función exponencial de exponente complejo y sus propiedades	263
5. Fórmula de Euler. Forma exponencial de un número complejo	267
6. Descomposición de un polinomio en factores	268
7. Raíces múltiples de un polinomio	272
8. Descomposición en factores de un polinomio con raíces complejas	273
9. Interpolación. Fórmula de interpolación de Lagrange	275
10. Fórmula de interpolación de Newton	277
11. Derivación numérica	279
12. Aproximación de las funciones mediante polinomios. Teoría de Chébishev	280
<b>Capítulo VIII. Funciones de Varias Variables</b>	
1. Definición de las funciones de varias variables	285
2. Representación geométrica de una función de dos variables	287
3. Incremento parcial y total de la función	288
4. Continuidad de las funciones de varias variables	290
5. Derivadas parciales de la función de varias variables	293
6. Interpretación geométrica de las derivadas parciales de una función de dos variables	295
7. Incremento total y diferencial total	296
8. Aplicación de la diferencial total a cálculos aproximados	300
9. Aplicación de la diferencial a la evaluación del error en cálculos numéricos	302
10. Derivada de una función compuesta. Derivada total	306
11. Derivación de funciones implícitas	309
12. Derivadas parciales de órdenes superiores	313
13. Superficies y líneas de nivel	317
14. Derivadas según un dirección	319
15. Gradiente	321
16. Fórmulas de Taylor correspondiente a una función de dos variables	325
17. Máximos y mínimos de una función de varias variables	327
18. Máximos y mínimos de una función de varias variables relacionadas mediante ecuaciones dadas (máximos y mínimos ligados)	337
19. Ajuste de una función a unos datos experimentales por el método de mínimos cuadrados	342
<b>Capítulo IX. Aplicaciones del Cálculo Diferencial a la Geometría del Espacio</b>	
1. Ecuaciones de una curva en el espacio	357
2. Límite y derivada de una función vectorial de una variable independiente escalar. Ecuación de la tangente a una curva. Ecuación del plano normal	360
3. Reglas de derivación de los vectores (funciones vectoriales)	367

4. Derivadas primera y segunda de un vector respecto a la longitud del arco. Curvatura de la curva. Norma principal. Velocidad y aceleración de un punto animado de un movimiento curvilíneo	370
5. Plano oscilador. Binomial. Torsión	380
6. Plano tangente y normal a una superficie	385
<b>Capítulo X. Integral Indefinida</b>	
1. Función primitiva e integral indefinida	393
2. Tabla de integrales	396
3. Propiedades de la integral indefinida	398
4. Integración por cambio de variable o por sustitución	401
5. Integración de ciertas funciones que contiene un trinomio de segundo grado	403
6. Integración por partes	407
7. Funciones racionales. Fracciones racionales elementales y su integración	411
8. Descomposición de una fracción racional en fracciones simples	415
9. Integración de las fracciones racionales	420
10. Método de Ostrgradski	423
11. Integración de funciones irracionales	426
12. Integrales del tipo $\int R(x, ax^2 + bx + c)dx$	428
13. Integración de las integrales binomias	432
14. Integración de funciones trigonométricas	435
15. Integración de funciones irracionales mediante sustituciones trigonométricas	441
16. Funciones cuyas integrales no pueden expresarse mediante funciones elementales	443
<b>Capítulo XI. Integral Definida</b>	
1. Planteamiento del problema. Sumas inferior y superior	458
2. Integral definida	460
3. Propiedades fundamentales de la integral definida	467
4. Cálculo de la integral definida. Fórmulas de Newton – Leibniz	472
5. Cambio de variable en una integral definida	477
6. Integración por pares	479
7. Integración impropias	483
8. Cálculo aproximado de las integrales definidas	492
9. Fórmula de Chébishev	498
10. Integrales dependientes de un parámetro	503
11. Integración de una función compleja de variable real	507
<b>Capítulo XII. Aplicaciones Geométricas y Mecánicas de la Integral Definida</b>	
1. Cálculo de áreas en coordenadas rectangulares	513
2. Área de un sector curvilíneo en coordenadas polares	516
3. Longitud de un arco de curva	518
4. Cálculo del volumen de un cuerpo en función de las áreas de secciones paralelas	525
5. Volumen de un cuerpo de revolución	527
6. Área de un cuerpo de revolución	528

7. Cálculo del trabajo mediante la integral definida	530
8. Coordenadas del centro de gravedad	532
9. Cálculo de momentos de inercia mediante la integral defendida	537
<b>Capítulo XIII.</b>	
<b>Ecuaciones Diferenciales</b>	
1. Planteamiento del problema	547
2. Definiciones	551
3. Ecuaciones diferenciales de primer orden (generalidades)	552
4. Ecuaciones de variables separadas y separables	557
5. Ecuaciones homogéneas de primer orden	562
6. Ecuaciones que se reducen a ecuaciones homogéneas	564
7. Ecuaciones lineales de primer orden	568
8. Ecuación de Bernoulli	572
9. Ecuaciones en diferenciales totales	574
10. Factor integrante	577
11. Envolvente de un a familia de curvas	579
12. Soluciones singulares de las ecuaciones diferenciales de primer orden	586
13. Ecuación de Clairaut	588
14. Ecuación de Lagrange	590
15. Trayectorias ortogonales e isogonales	592
16. Ecuaciones diferenciales de orden superior a uno (generalidades)	599
17. Ecuación de la forma $y(n) = f(x)$	600
18. Algunos tipos de ecuaciones diferenciales de segundo orden que se reducen a ecuaciones de primer orden	603
19. Método gráfico de integración de las ecuaciones diferenciales de segundo orden	613
20. Ecuaciones lineales homogéneas. Definiciones y propiedades generales	616
21. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes	623
22. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de $n - \text{SIMO}$ orden con coeficientes constantes	628
23. Ecuaciones diferenciales no homogéneas de segunda orden	631
24. Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes	635
25. Ecuaciones diferenciales lineales no homogéneas de orden $n$	642
26. Ecuación diferencial de las oscilaciones mecánicas	647
27. Oscilaciones libres	649
28. Oscilaciones forzadas	652
29. Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias	656
30. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes	663
31. Nociones sobre la teoría de la estabilidad de Liapunov	670
32. Solución aproximada de las ecuaciones diferenciales de primer orden por el método de Euler	676
33. Solución aproximada de las ecuaciones diferenciales por el método de la diferencias, basado en el empleo de la fórmula de Taylor. Método de Adams	679

34. Método aproximado de integración de los sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden	686
<b>Capítulo XIV. Integrales Múltiples</b>	
1. Integral doble	707
2. Cálculo de la integral doble	710
3. Cálculo de la integral doble (continuación)	717
4. Cálculo de áreas y volúmenes mediante integrales dobles	724
5. Integrales dobles en coordenadas polares	727
6. Cambio de variables en una integral doble (caso general)	735
7. Cálculo de áreas de superficies	740
8. Densidad de áreas de superficies	740
9. Momento de inercia de una figura plana	745
10. Coordenadas del centro de gravedad de una figura plana	751
11. Integral triple	753
12. Cálculo de integrales triples	754
13. Cambio de variables en una integral triple	761
14. Momento de inercia y coordenadas del centro de gravedad de un cuerpo	764
15. Cálculo de las integrales dependientes de un parámetro	766
<b>Capítulo XV. Integrales Curvilíneas e Integrales de Superficie</b>	
1. Integral curvilínea	775
2. Cálculo de la integral curvilínea	779
3. Fórmula de Green	786
4. Condiciones para que una integral curvilínea no dependa del camino de integración	788
5. Integral de superficie	794
6. Cálculo de la integral de superficies	796
7. Fórmula de Stokes	799
8. Fórmula de Ostrogradski	805
9. Operador de Hamilton y algunas de sus aplicaciones	808
<b>Capítulo XVI. Series</b>	
1. Serie. Suma de una serie	820
2. Condición necesaria de convergencia de una serie	823
3. Comparación de series de términos positivos	827
4. Criterio de d'Alembert	829
5. Criterio de Cauchy	833
6. Criterio integral de convergencia	835
7. Series alternadas. Teorema de Leibniz	839
8. Series de términos positivos y negativos. Convergencia absoluta y condicional	841
9. Series de funciones	845
10. Series mayorables	847
11. Continuidad de la suma de una serie	589
12. Integración y derivación de las series	852
13. Series de potencias, intervalo de convergencia	855
14. Derivación de las series de potencias	860

15. Series de potencias de $x - a$	862
16. Series de Taylor y de Maclaurin	863
17. Ejemplos de desarrollo de funciones en series	865
18. Fórmula de Euler	867
19. Serie binomial	867
20. Desarrollo de la función $\ln(1 + x)$ en serie de potencias, cálculo de logaritmos	870
21. Aplicación de las series al cálculo de integrales definidas	873
22. Aplicación de las series a la integración de ecuaciones diferenciales	875
23. Ecuación de Bessel	878
<b>Capítulo XVII.</b>	
<b>Series de Fourier</b>	
1. Definición. Planteamiento del problema	895
2. Ejemplos de desarrollo de funciones en serie de Fourier	899
3. Una observación sobre el desarrollo de funciones periódicas en serie de Fourier	904
4. Series de Fourier de funciones pares e impares	907
5. Serie de Fourier de funciones de período $2l$	908
6. Desarrollo de una función no periódica en serie de Fourier	910
7. Aproximación en media de una función dada mediante polinomios trigonométricos	912
8. Integral de Dirichlet	918
9. Convergencia de una serie de Fourier en un punto dado	921
10. Algunas condiciones suficientes para la convergencia de una serie de Fourier	923
11. Análisis armónico numérico	927
12. Integral de Fourier	928
13. Integral de Fourier en forma compleja	932
<b>Capítulo XVIII.</b>	
<b>Aplicaciones Físicas</b>	
1. Tipos fundamentales de ecuaciones de la física matemática	937
2. Ecuación de las oscilaciones de una cuerda	938
3. Solución de la ecuación de vibraciones de una cuerda por el método de separación de las variables (Método de Fourier)	942
4. Ecuación de difusión del calor de un vástago. Planteamiento del problema con condiciones de contorno	946
5. Difusión del calor en el espacio	948
6. Solución del primer problema de contorno para la ecuación de conducción del calor por el método de diferencias finitas	952
7. Difusión del calor en un vástago ilimitado	955
8. Problemas que conducen a la búsqueda de las soluciones de la ecuación de Laplace. Planteamiento de los problemas de contorno	960
9. Ecuación de Laplace en coordenadas cilíndricas. Solución del problema de Dirichlet para un anillo circular con valores constantes de la función desconocida en las circunferencias interna y externa	966
10. Solución del problema de Dirichlet para un círculo	968
11. Solución del problema de Dirichlet por el método de diferencias finitas	972
<b>Capítulo XIX.</b>	

<b>Cálculo Operacional y Algunas de sus Aplicaciones</b>	
1. Función inicial y su transformación	980
2. Transformadas de las funciones $o(t)$ $\text{sen } t$ , $\text{cos } t$	982
3. Transformada de la función con escala modificada de la variable independiente	984
4. Propiedad de lineabilidad de la transformada	985
5. Teorema del desplazamiento	986
6. Transformadas de las funciones $e^{-at}$ , $\text{Sh } at$ , $\text{Ch } at$ , $e^{-at} \text{cos } at$	986
7. Derivación de la transformada	988
8. Recurrencia entre las derivadas	990
9. Tabla de transformadas	991
10. Aplicaciones de la transformada de Laplace a la resolución de una ecuación diferencial dada	993
11. Transformadas de fracciones racionales	998
12. Ejemplos de solución de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales por el método operacional	1000
13. Teorema de plegamiento	1002
14. Ecuaciones diferenciales de la teoría de circuitos eléctricos	1004
15. Solución de la ecuación diferencial de las oscilaciones	1006
16. Estudio de las oscilaciones libres	1008
17. Estudio de las oscilaciones mecánicas y eléctricas en caso de aplicación de una fuerza exterior periódica	1008
18. Solución de la ecuación de las oscilaciones en el caso de resonancia	1011
19. Teorema de retardo	1012