

INDICE

1. Introducción	17
1.1. Ecuaciones diferenciales ordinarias	18
1.2. Notas históricas	22
2. Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden	29
2.1. Ecuaciones lineales	29
2.2. Otras consideraciones acerca de las ecuaciones lineales	39
2.3. Ecuaciones no lineales	44
2.4. Ecuaciones separables	53
2.5. Ecuaciones exactas	59
2.6. Factores integrantes	65
2.7. Ecuaciones homogéneas	69
2.8. Problemas diversos	74
2.9. Aplicación de las ecuaciones de primer orden	76
2.10. Mecánica elemental	89
*2.11. Teorema de existencia y unicidad	99
Apéndice. Deducción de la ecuación del movimiento de un cuerpo con masa variable	110
3. Ecuaciones Lineales de Segundo Orden	113
3.1. Introducción	113
3.2. Soluciones fundamentales de la ecuación homogénea	119
3.3. Independencia lineal	130
3.4. Reducción de orden	133
3.5. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes	138
3.5.1. Raíces complejas	142
3.6. El problemas de las ecuaciones no homogéneas	148
3.6.1. El método de los coeficientes indeterminados	151
3.6.2. El método de variación de parámetros	159
3.7. Vibraciones mecánicas	165
3.7.1. Vibraciones libres	169
3.7.2. Vibraciones forzadas	175
3.8. Redes eléctricas	179
4. Soluciones en Series de Ecuaciones Lineales de Segundo Orden	187
4.1. Introducción. Repaso de series de potencias	187
4.2. Soluciones en serie en la vecindad de un punto ordinario, parte I	195
4.2.1. Soluciones en serie en la vecindad de un punto ordinario, parte II	205
4.3. Puntos singulares regulares	213
4.4. Ecuaciones de Euler	219
4.5. Soluciones en serie en la vecindad de un punto singular regular, parte I	225
4.5.1. Soluciones en serie en la vecindad de un punto singular, parte II	232
*4.6. Soluciones en serie en la vecindad de un punto singular regular; $r_1 = r_2$ y $r_1 - r_2 = N$	239
*4.7. Ecuación de Bessel	243
5. Ecuaciones Lineales de Orden Superior	257
5.1. Introducción	257
5.2. Teoría general de las ecuaciones lineales de $n - \text{ésimo}$ orden	259
5.3. La ecuación homogénea con coeficientes constantes	264

5.4. Método de los coeficientes indeterminados	271
5.5. Método de variación de parámetros	275
6. Transformada de Laplace	281
6.1. Introducción. Definición de la transformada de Laplace	281
6.2. Solución de problemas con valores iniciales	288
6.3. Funciones escalón	299
6.3.1. Una ecuación diferencial con una función de fuerza discontinua	306
6.4. Funciones de impulso	310
6.5. La integral de convolución	316
6.6. Consideraciones generales y resumen	321
7. Sistemas de Ecuaciones Lineales de Primer Orden	325
7.1. Introducción	325
7.2. Solución de sistemas lineales por eliminación	332
7.3. Repaso de matrices	338
7.4. Sistema de ecuaciones algebraicas lineales; independencia lineal, eigenvalores, eigenvectores	349
7.5. Teoría básica de los sistemas de ecuaciones lineales de primer orden	362
7.6. Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes	369
7.7. Eigenvalores complejos	377
7.8. Eigenvalores repetidos	383
7.9. Matrices fundamentales	390
7.10. Sistemas lineales no – homogéneos	396
8. Métodos Numéricos	405
8.1. Introducción	405
8.2. Método de Euler o de la recta tangente	408
8.3. Error	415
8.4. Un método de Euler mejorado	423
8.5. Método de los tres términos de la serie de Taylor	428
8.6. Método de Runge- kutta	431
8.7. Algunas dificultades con los métodos numéricos	436
8.8. Un método de varios escalones	441
8.9. Sistemas de ecuaciones de primer orden	450
9. Ecuaciones Diferenciales no Lineales y Estabilidad	455
9.1. Introducción	455
9.2. Soluciones de sistemas autónomos	464
9.3. El plano fase; sistemas lineales	476
9.4. Estabilidad: Sistema casi lineales	490
9.5. Problemas de especies competidoras y de rapaz – presa	503
9.6. Segundo método de Liapounov	517
9.7. Soluciones periódicas y ciclos límite	527
10. Ecuaciones Diferenciales Parciales y Serie de Fourier	539
10.1. Introducción	539
10.2. Conducción del calor y separación de variables	540
10.3. Serie de Fourier	550
10.4. Teorema de Fourier	559
10.5. Funciones pares e impares	565
10.6. Solución de otros problemas de conducción del calor	574
10.7. La ecuación de onda: Vibraciones de una cuerda elástica	584

10.8. Ecuación de Laplace	597
Apéndice A. Deducción de la ecuación de conducción de calor	606
Apéndice B. Deducción de la ecuación de onda	611
11. Problemas con Valores en la Frontera y Teoría de Sturm – Liouville	615
11.1. Introducción	615
11.2. Problema con valores en la frontera lineales y homogéneos; eigenvalores y eigenfunciones	619
11.3. Problemas con valores en la frontera de Sturm – Liouville	629
11.4. Problemas con valores en la frontera no homogéneos	644
*11.5. Problemas singulares de Sturm – Liouville	662
*11.6. Observaciones adicionales acerca del método de separación de variables; un desarrollo en serie de Bessel	670
*11.7. Serie de funciones ortogonales; convergencia en la media	677
Respuestas a problemas	687
Índice	737