

INDICE

Prólogo	IX
1. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de Primer Orden	1
1.1. Ecuaciones lineales de primer orden	9
1.2. Ecuaciones no lineales: diferencias con el caso lineal	22
1.3. Teoremas de existencia y unicidad	24
1.3.1. Soluciones aproximadas de una ecuación diferencial	25
1.3.2. Desigualdad fundamental	27
1.3.3. Teoremas de existencia y unicidad	30
1.4. Ecuaciones separables y ecuaciones de tipo homogéneo	33
1.5. Ecuaciones reducibles a lineales	39
1.5.1. Ecuaciones de Bernoulli	39
1.5.2. Ecuaciones de Riccati	40
1.6. Ecuaciones diferenciales exactas	44
1.7. Factores integrantes	47
Problemas propuestos	49
2. Interpolación	
2.1. Interpolación de Lagrange. Expresión de polinomio de interpolación	55
2.2. Algoritmos para computar el polinomio de interpolación	57
2.3. Error de interpolación	61
2.4. Interpolación de Lagrange – Sylvester	66
2.5. Interpolación y aproximación. Teorema de Weierstrass	69
Problemas propuestos	72
3. Teoría Espectral de Operadores. Funciones Matrices	75
3.1. Espectro de un endomorfismo. Ejemplos	77
3.2. Endomorfismos en espacio de dimensión finita. Algoritmos de determinación del polinomio característicos	79
3.3. Polinomios anuladores. Polinomio mínimo	88
3.4. Función de una matriz. Matrices componentes	92
3.5. Exponencial de una matriz: propiedades	98
Problemas propuestos	99
4. Sistemas Diferenciales Lineales de Primer Orden con Coeficientes Constantes	101
4.1. Sistemas lineales de primer orden con coeficientes constantes	107
4.1.1. Problema homogéneo	107
4.1.2. Problema no homogéneo	113
4.2. Ecuaciones lineales de orden n con coeficientes constantes	115
4.3. Aplicaciones	126
4.3.1. Vibraciones mecánicas	127
4.3.1.1. Vibraciones libres sin amortiguamiento	130
4.3.1.2. Vibraciones libres con amortiguamiento	131
4.3.1.3. Vibraciones forzadas	134
4.3.2. Circuitos eléctricos	138

Problemas propuestos	142
5. Estabilidad de Sistemas Diferenciales Lineales de Primer Orden de Coeficientes Constantes	145
5.1. Norma de un vector. Norma inducida de una matriz	147
5.2. Estabilidad. Primeras definiciones. Ejemplos	151
5.3. Condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad y la estabilidad asintótica	155
5.4. Criterios de Routh – Hurwitz y Markov – Gantmacher	158
Problemas propuestos	161
6. Transformada de Laplace	163
6.1. Definición y primeras propiedades	165
6.2. Transformada de funciones elementales	168
6.3. Funciones de salto. Delta de Dirac	170
6.4. Aplicación a la resolución de problemas de valor inicial	174
6.5. Funciones de transparencia en sistemas lineales	186
Problemas propuestos	190
7. Sistemas Diferenciales Lineales. Caso General	191
7.1. Existencia y unicidad de solución: teorema de Peano – Picard	193
7.2. Sistema diferencial homogéneo	196
7.3. Sistema diferencial no homogéneo	200
7.3.1. Método de variación de las constante	201
7.4. Ecuaciones diferenciales lineales de orden n	203
7.5. Soluciones analíticas	204
7.5.1. Funciones analíticas: Revisión de resultados	205
7.5.2. Solución en torno de un punto ordinario	207
7.5.3. Solución en torno de un punto singular regular	210
7.6. Estabilidad	217
Problemas propuestos	220
8. Ecuaciones Diferenciales Lineales de Segundo Orden: Representación de Soluciones en Serie de Potencias	221
8.1. Soluciones analíticas	223
8.1.1. Ecuación de Airy	224
8.1.2. Ecuación de Hermite	225
8.2. Puntos singulares regulares. Ecuación de Euler	227
8.3. Teorías de Frobenius	230
8.4. Ecuaciones hipergeométricas	237
8.5. Ecuaciones de Bessel	241
Problemas propuestos	244
9. Sistemas Diferenciales con Coeficientes Periódicos	247
9.1. Teoría de Floquet	249
9.2. Aplicación a la ecuación de Mathieu	253
9.3. Perturbaciones de sistema periódicos. Alternativas de Fredholm	256
Problemas propuestos	262
10. Métodos Numéricos para Problemas de Valor Inicial	263
10.1. Método de Euler	265

10.2. Métodos de un paso. Métodos de Runge – Kutta	268
10.3. Métodos multipaso. Métodos de corrección y predicción	275
10.4. Métodos de extrapolación	280
11. Introducción a los Espacios de Hilbert	283
11.1. Espacios con producto escalar. Propiedades	285
11.2. Convergencia en espacios pre – Hilbert	292
11.3. Ortogonalidad en espacios con producto escalar	297
11.4. Familias ortonormales maximales. Bases de Hilbert	301
12. Series de Fourier Trigonométricas	309
12.1. Funciones continuas a trozos. Convergencia en media cuadrática de series de Fourier trigonométricas	311
12.2. Convergencia puntual. Núcleo de Dirichlet	317
12.3. Convergencia uniforme. Teorema de Fejer	323
12.4. Derivación e integración de series trigonométricas de Fourier	329
Problemas propuestos	332
13. Problema Regular de Sturm – Liouville	335
13.1. Operador adjunto de un operador diferencial. Operadores autoadjuntos	337
13.2. Problema regular de Sturm – Liouville. Propiedades espectrales	341
13.3. Función de Green para un problema regular de Sturm – Liouville	345
13.4. Representación de la solución en serie de Fourier de autofunciones	352
Problemas propuestos	354
14. Métodos Numéricos para Problemas de Frontera	363
14.1. Métodos en diferencias finitas	365
14.2. Métodos de tiro	372
14.3. Métodos variacionales	373
Problemas propuestos	382
15. Ecuaciones en Derivadas Parciales de Segundo Orden	385
15.1. Clasificación de las ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden	389
15.1.1. Ecuaciones hiperbólicas	391
15.1.2. Ecuaciones parabólicas	392
15.1.3. Ecuaciones elípticas	393
15.2. Problemas con valores en la frontera y problemas de valor inicial	395
15.3. Obtención de soluciones particulares	399
15.3.1. Método de separación de variables	399
15.3.2. Transformada de Laplace	404
15.4. El operador Laplaciano	407
Problemas propuestos	409
16. Ecuaciones de Ondas	411
16.1. Vibraciones libres de una cuerda de longitud finita. Solución de d'Alembert	415
16.1.1. Convergencia de la serie de Fourier. Existencia de solución	419
16.1.2. Unicidad de la solución	422

16.1.3. Estabilidad de la solución	423
16.2. Vibraciones forzadas de una cuerda de longitud finita	424
16.2.1. Técnica estándar	424
16.2.2. Técnica alternativa: principio de Duhamel	427
16.3. Vibraciones de una cuerda de longitud finita: Caso general	429
16.4. Vibraciones de una cuerda de longitud semi – infinita	431
16.5. Vibraciones libres de una membrana rectangular	433
16.6. Vibraciones forzadas de una membrana rectangular	436
Problemas propuestos	438
17.Ecuaciones de Difusión	441
17.1. Difusión en una barra finita aislada	445
17.1.1. Convergencia de la serie de Fourier: Existencia de solución	446
17.1.2. Unicidad de la solución	448
17.1.3. Estabilidad de la solución	499
17.2. Difusión en una barra finita no aislada	452
17.2.1. Técnica estandar	452
17.2.2. Técnica alternativa: principio de Duhamel	454
17.3. Difusión en una barra finita: caso general	457
17.4. Difusión en una barra semi – infinita aislada	459
17.5. Difusión en una placa rectangular aislada	462
17.6. Difusión en una placa rectangular no aislada	465
Problemas propuestos	466
18.Ecuación de Laplace	469
18.1. Funciones armónicas: principio de máximo	473
18.2. Ecuación de Laplace en un círculo	476
18.2.1. Convergencia de la serie de Fourier: Núcleo de Poisson	479
18.3. Ecuación de Poisson en un círculo	483
18.4. Ecuación de Laplace en un rectángulo	485
18.4.1. Convergencia de la serie de Fourier: Existencia de solución	488
18.5. Ecuación de Poisson en un rectángulo	489
18.6. Ecuación de Laplace en una esfera	491
18.7. Ecuación de Laplace en un cilindro	494
Problemas propuestos	496
19.Métodos Numéricos para Ecuaciones de Evolución	499
19.1. Método explícito en diferencias finitas para la ecuación del calor	501
19.2. Estabilidad del método	504
19.3. Método implícito en diferencias finitas para la ecuación del calor	506
19.4. Estabilidad del método	508
19.5. Método de Crank – Nicolson. Otros métodos	508
19.6. Método explícito en diferencias finitas para la ecuación de onda	512
19.7. Estabilidad del método. Métodos implícitos	516
Problemas propuestos	517
20.Métodos Numéricos para la Ecuación de Laplace	519
20.1. Formulación variacional de la ecuación de Poisson	523
20.2. Resolución del problema variacional con elementos finitos	526

20.3. Métodos de residuos para elementos finitos	528
Problema propuestos	535
Apéndice	537
Bibliografía	549
Índice	551