

## INDICE

Prefacio	XIII
1. Definiciones, familias de curvas	
1.1. Ejemplos de ecuaciones diferenciales	1
1.2. Definiciones	2
1.3. Familias de soluciones	5
1.4. Interpretación geométrica	10
1.5. Las isóclinas de una ecuación	12
1.6. Un teorema de existencia	14
1.7. Suplemento para computadora	15
2. Ecuaciones de orden uno	
2.1. Separación de variables	18
2.2. Funciones homogéneas	24
2.3. Ecuaciones con coeficientes homogéneos	25
2.4. Ecuaciones exactas	29
2.5. La ecuación lineal de orden uno	35
2.6. La solución general de una ecuación lineal	38
2.7. Suplemento para computadora	43
3. Métodos numéricos	
3.1. Observaciones generales	45
3.2. Método de Euler	
3.3. Una modificación al método de Euler	48
3.4. Un método de aproximación sucesiva	49
3.5. Una mejora en el método de aproximación sucesiva	51
3.6. Uso del teorema de Taylor	52
3.7. Método de Runge-Kutta	54
3.8. Un método de continuación	58
3.9. Suplemento para computadora	60
4. Aplicaciones elementales	
4.1. Velocidad de escape desde la tierra	62
4.2. Ley del enfriamiento de Newton	64
4.3. Conversión química simple	65
4.4. Crecimiento logístico y precio de mercancías	69
4.5. Suplemento para computadora	73
5. Temas adicionales sobre ecuaciones de orden uno	
5.1. Factores integrantes determinados por inspección	75
5.2. Determinación de factores integrantes	79
5.3. Sustitución sugerida por la ecuación	83
5.4. Ecuación de Bernoulli	86
5.5. Coeficientes lineales en dos variables	89
5.6. Soluciones que involucran integrales no elementales	94
5.7. Suplemento para computadora	97
6. Ecuaciones diferenciales lineales	99

6.1.	La ecuación lineal general	
6.2.	Un teorema de existencia y unicidad	100
6.3.	Independencia lineal	102
6.4.	El Wronskiano	103
6.5.	Solución general de una ecuación homogénea	106
6.6.	Solución general de una ecuación no homogénea	107
6.7.	Operadores diferenciales	109
6.8.	Leyes fundamentales de operación	111
6.9.	Algunas propiedades de los operadores diferenciales	113
6.10.	Suplemento para computadora	115
7.	Ecuaciones lineales con coeficientes constantes	
7.1.	Introducción	117
7.2.	La ecuación auxiliar: raíces distintas	
7.3.	La ecuación auxiliar: raíces repetidas	120
7.4.	Una definición de $\exp z$ para valores complejos de $z$	123
7.5.	La ecuación auxiliar: raíces complejas	125
7.6.	Una observación acerca de las funciones hiperbólicas	127
7.7.	Suplemento para computadora	132
8.	Ecuaciones no homogéneas: coeficientes indeterminados	
8.1.	Construcción de una ecuación homogénea a partir de una solución específica	134
8.2.	Solución de una ecuación no homogénea	137
8.3.	Método de coeficientes indeterminados	139
8.4.	Solución por inspección	144
8.5.	Suplemento para computadora	150
9.	Variación de parámetros	
9.1.	Introducción	152
9.2.	Reducción de orden	
9.3.	Variación de parámetros	156
9.4.	Solución de $y'' + y = f(x)$	161
9.5.	Suplemento para computadora	164
10.	Aplicaciones	
10.1.	Vibración de un resorte	165
10.2.	Vibraciones no amortiguadas	167
10.3.	Resonancia	169
10.4.	Vibraciones amortiguadas	172
10.5.	El péndulo simple	177
10.6.	Leyes de Newton y movimiento planetario	178
10.7.	Fuerza central y la segunda ley de Kepler	179
10.8.	Primera ley de Kepler	180
10.9.	Tercera de Kepler	182
10.10.	Suplemento para computadora	184
11.	Sistemas de ecuaciones lineales	
11.1.	introducción	186
11.2.	Sistemas de primer orden con coeficiente constantes	

11.3. Solución de un sistema de primer orden	187
11.4. Repaso de algebra matricial	189
11.5. Revisión de sistemas de primer orden	195
11.6. Valores propios complejos	204
11.7. Valores propios repetidos	208
11.8. Plano fase	216
11.9. Suplemento para computadora	222
12. Sistemas no homogéneas de ecuaciones	
12.1. Sistemas no homogéneos	224
12.2. Carrera armamentista	228
12.3. Circuitos eléctricos	232
12.4. Redes sencillas	235
13. Existencia y unicidad de soluciones	
13.1. Observaciones preliminares	243
13.2. Un teorema de existencia y unicidad	
13.3. Condición de Lipschitz	246
13.4. Demostración del teorema de existencia	
13.5. Demostración del teorema de unicidad	250
13.6. Otros teoremas de existencia	251
14. La transformada de Laplace	
14.1. El concepto de transformación	252
14.2. Definición de la transformada de Laplace	
14.3. Transformadas de funciones elementales	253
14.4. Funciones continuas por secciones	257
14.5. Funciones de orden exponencial	258
14.6. Funciones de clase A	261
14.7. Transformada de derivadas	263
14.8. Derivadas de transformadas	266
14.9. La función gamma	267
14.10. Funciones periódicas	269
15. Transformadas inversas	
15.1. Definición de una transformada inversa	274
15.2. Fracciones parciales	277
15.3. Problemas de valor inicial	280
15.4. Función escalón	286
15.5. Un teorema de convolución	294
15.6. Ecuaciones integrales especiales	298
15.7. Métodos de transformación y vibración de resortes	303
15.8. Deflexión de vigas	307
15.9. Sistemas de ecuaciones	310
15.10. Suplemento para computadora	316
16. Ecuaciones no lineales	
16.1. Observaciones preliminares	320
16.2. Factorización del miembro izquierdo	
16.3. Soluciones singulares	323

16.4. Ecuación con discriminante $c$	325
16.5. La ecuación con discriminante $p$	326
16.6. Eliminación de la variable dependiente	328
16.7. Ecuación de Clairaut	330
16.8. Ecuaciones sin variable dependiente explícita	334
16.9. Ecuaciones sin variable independiente explícita	335
16.10. La catenaria	338
17. Soluciones en series de potencias	
17.1. Ecuaciones lineales y series de potencias	342
17.2. Convergencia de series de potencias	343
17.3. Puntos ordinarios y puntos singulares	345
17.4. Validez de las soluciones cerca de un punto ordinario	
17.5. Soluciones cerca de un punto ordinario	347
17.6. Suplemento para computadora	256
18. Soluciones cerca de puntos singulares regulares	
18.1. Puntos singulares regulares	358
18.2. Ecuación indicatriz	360
18.3. Forma y validez de soluciones cerca de un punto singular regular	362
18.4. Ecuación indicatriz cuya diferencia entre las raíces no es un entero	363
18.5. Diferenciación de un producto de funciones	367
18.6. Ecuación indicatriz con raíces iguales	368
18.7. Ecuación indicatriz con raíces iguales. Una alternativa	374
18.8. Ecuación indicatriz cuya diferencia entre raíces es un entero positivo: caso no logarítmico	377
18.9. Ecuación indicatriz cuya diferencia entre raíces es un entero positivo: caso logarítmico	381
18.10. La solución para valores grandes de $x$	385
18.11. Relaciones de recurrencia que dependen de varios términos	388
18.12. Resumen	392
19. Ecuaciones de tipo hipergeométrico	
19.1. Ecuaciones que se tratarán en este capítulo	396
19.2. Función factorial	
19.3. Función hipergeométrica	397
19.4. Polinomios de Languerre	399
19.5. Ecuación de Bessel con índice no entero	400
19.6. Ecuación de Bessel con índice entero	401
19.7. Polinomios de Hermite	402
19.8. Polinomios de Legendre	403
20. Ecuaciones diferenciales parciales	
20.1. Observaciones sobre ecuaciones diferenciales parciales	404
20.2. Algunas ecuaciones diferenciales parciales de matemáticas aplicadas	
20.3. Método de separación de variables	406

20.4. Un problema de condición de calor en una lamina	411
20.5. Suplemento para computadora	416
21. Conjuntos de funciones ortogonales	
21.1. Ortogonalidad	418
21.2. Conjuntos simples de polinomios	
21.3. Polinomios ortogonales	419
21.4. Ceros (raíces) de polinomios ortogonales	421
21.5. Ortogonalidad de los polinomios de Legendre	422
21.6. Otros conjuntos ortogonales	
22. Series de Fourier	
22.1. Ortogonalidad de un conjunto de senos y cosenos	425
22.2. Series de Fourier: un teorema de desarrollo	427
22.3. Ejemplos numéricos de series de Fourier	431
22.4. Series de Fourier en términos de senos	438
22.5. Series de Fourier en términos de cosenos	441
22.6. Analisis numérico de Fourier	443
22.7. Como mejorar la rapidez de convergencia	444
22.8. Suplemento para computadora	445
23. Problemas con valores en la frontera	
23.1. La ecuación del calor en una dimensión	447
23.2. Verificación experimental de la validez de la ecuación del calor	453
23.3. Temperatura superficial que varía con el tiempo	455
23.4. Conducción del calor en una esfera	457
23.5. La ecuación de onda simple	458
23.6. La ecuación de Laplace en ocho dimensiones	461
23.7. Suplemento para computadora	464
24. Propiedades adicionales de la transformada de Laplace	
24.1. Series de potencias y transformadas inversas	467
24.2. Función error	
24.3. Funciones de Bessel	478
24.4. Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables	480
25. Ecuaciones diferenciales parciales : métodos de transformación	
25.1. Problemas con valores en la frontera	481
25.2. Ecuación de onda	485
25.3. Ecuación de onda	488
25.4. Variables canónicas	491
25.5. Difusión en un alamina de Ancio finito	493
Respuesta a los ejercicios	500
Índice	527