

INDICE

| | |
|---|-----|
| Prefacio | |
| Parte I. | |
| Ecuaciones Diferenciales Ordinarias | 1 |
| Capitulo Uno. | 2 |
| Ecuaciones Diferenciales en General | |
| 1. Conceptos de ecuaciones diferenciales | 3 |
| 1.1. Algunas definiciones y observaciones | 3 |
| 1.2. Ejemplos sencillos de problemas de valor inicial y de frontera | 7 |
| 1.3. Soluciones generales y particulares | 15 |
| 1.4. Soluciones singulares | 20 |
| 2. Observaciones singulares relacionadas con las soluciones | 23 |
| 2.1. Observaciones sobre existencia y unicidad | 23 |
| 2.2. Campo de direcciones y el método de las isoclinas | 28 |
| Capitulo Dos. | |
| Ecuaciones Diferenciales de Primera Orden U ordinarias Simples de alto Orden | 34 |
| 1. El método de separación de variables | 35 |
| 2. El método de la transformación de variables | 38 |
| 2.1. La ecuación homogénea | 38 |
| 2.2. Otras transformaciones especiales | 39 |
| 3. La idea intuitiva de exactitud | 41 |
| 4. Ecuaciones diferenciales exactas | 43 |
| 5. Ecuaciones hechas exactas por un factor integrante apropiado | 48 |
| 5.1. Ecuaciones hechas exactas por factores integrantes que involucran una variable | 49 |
| 5.2. La ecuación de primer orden lineal | 53 |
| 5.3. El método de inspección | 56 |
| 6. Ecuaciones de orden superior al primero que se resuelven fácilmente | 57 |
| 6.1. Ecuaciones inmediatamente integrables | 58 |
| 6.2. Ecuaciones con una variable ausente | 58 |
| 7. La ecuación de Clairaut | 60 |
| 8. Revisión de métodos importantes | 64 |
| Capitulo Tres. | |
| Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden y Simples de Orden Superior | |
| 1. Aplicaciones a la mecánica | 71 |
| 1.1. Introducción | 71 |
| 1.2. Las leyes del movimiento de Newton | 71 |
| 2. Aplicaciones a los circuitos eléctricos | 82 |
| 2.1. Introducción | 82 |
| 2.2. Unidades | 84 |
| 2.3. La ley de Kirchhoff | 84 |
| 3. Trayectorias ortogonales y sus aplicaciones | 89 |
| 4. Aplicaciones a la química y a las mezclas químicas | 95 |
| 5. Aplicaciones a flujo de calor de estado estacionario | 101 |
| 6. Aplicaciones a problemas misceláneos de crecimiento y decaimiento | 106 |
| 7. El cable colgante | 111 |

| | |
|---|-----|
| 8. Un viaje a la luna | 116 |
| 9. Aplicaciones a cohetes | 120 |
| 10. Problemas de física que involucran geometría | 123 |
| 11. Problemas misceláneos en geometría | 132 |
| 12. La deflexión de vigas | 137 |
| 13. Aplicaciones a biología | 147 |
| 13.1. Crecimiento biológico | 148 |
| 13.2. Un problema en epidemiología | 153 |
| 13.3. Absorción de drogas en órganos o células | 156 |
| 14. Aplicaciones a la economía | 159 |
| 14.1. Oferta y demanda | 159 |
| 14.2. Inventarios | 162 |
| Capítulo Cuatro. Ecuaciones Diferenciales Lineales | 166 |
| 1. La ecuación diferencial lineal general de orden n | 167 |
| 2. Existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones lineales | 171 |
| 3. ¿Cómo obtener la solución complementaria? | 173 |
| 3.1. La ecuación auxiliar | 173 |
| 3.2. El caso de raíces repetidas | 175 |
| 3.3. El caso de raíces imaginarias | 178 |
| 3.4. Independencia lineal y wronskianos | 181 |
| 4. ¿Cómo obtener una solución particular? | 192 |
| 4.1. Método de los coeficientes indeterminados | 192 |
| 4.2. Justificación al método de coeficientes indeterminados. El método aniquilador | 194 |
| 4.3. Excepciones en el método de los coeficientes | 196 |
| 4.4. Casos donde funciones más complicadas aparecen en el lado derecho | 199 |
| 4.5. El método de variación de parámetros | 202 |
| 4.6. Métodos abreviados involucrados operadores | 207 |
| 5. Observaciones relacionados con ecuaciones con coeficientes variables las cuales se pueden transformar en ecuaciones lineales con coeficientes constantes: la ecuación de Euler | 215 |
| 6. Repaso de métodos importantes | 218 |
| Capítulo Cinco. Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales Lineales | |
| 1. Movimiento vibratorio de sistemas mecánicos | 224 |
| 1.1. El resorte vibrante. Movimiento armónico simple | 224 |
| 1.2. El resorte vibrante con amortiguamiento. Movimiento sobre amortiguado y críticamente amortiguado | 232 |
| 1.3. El resorte con fuerzas externas | 243 |
| 1.4. El fenómeno de resonancia mecánica | 243 |
| 2. Problemas de circuitos eléctricos | 246 |
| 3. Problemas de circuitos eléctricos | 250 |
| 3.1. El péndulo simple | 250 |
| 3.2. Osciladores verticales de una caja flotando en un líquido | 252 |
| 3.3. Un problema en cardiografía | 253 |
| 3.4. Aplicación a la economía | 255 |
| Capítulo Seis. | 260 |

| | |
|--|-----|
| Solución de Ecuaciones Diferenciales por Transformadas de Laplace | |
| 1. Introducción al método de las transformadas de Laplace | 261 |
| 1.1. Motivación para las transformadas de Laplace | 261 |
| 1.2. Definición y ejemplos de los transformada de Laplace | 262 |
| 1.3. Propiedades adicionales de las transformadas de Laplace | 265 |
| 1.4. La función Gamma | 266 |
| 1.5. Observaciones concernientes a la existencia de las transformadas de Laplace | 267 |
| 2. Funciones impulso y la función delta de Dirac | 273 |
| 3. Aplicación de las transformadas de Laplace a ecuaciones diferenciales | 278 |
| 3.1. Solución de ecuaciones diferenciales sencillas. Transformadas inversas de Laplace | 278 |
| 3.2. Algunos métodos para hallar transformadas inversas de Laplace | 279 |
| 3.3. Observaciones concernientes a la existencia y unicidad de las transformadas inversas de Laplace | 287 |
| 4. Aplicaciones a problemas físicos y biológicos | 290 |
| 4.1. Aplicaciones a circuitos eléctricos | 290 |
| 4.2. Una aplicación a la biología | 293 |
| 4.3. El problema tautócrono – Aplicación de una ecuación integral en mecánica | 294 |
| 4.4. Aplicaciones involucrando la función delta | 298 |
| 4.5. Una aplicación a la teoría de control automático y servomecanismos | 299 |
| Capítulo Siete. | |
| Solución de Ecuaciones Diferenciales Usando Series | |
| 1. Introducción al uso de series | 305 |
| 1.1. Motivación para soluciones con series | 305 |
| 1.2. Uso de la notación sumatoria | 307 |
| 1.3. Algunas preguntas de rigor | 311 |
| 1.4. El método de la serie de Taylor | 317 |
| 1.5. Método de iteración de Picard | 319 |
| 2. el método de Frobenius | 322 |
| 2.1. motivación para el método de Frobenius | 322 |
| 2.2. Ejemplos usando el método de Frobenius | 326 |
| 3. Soluciones con series de algunas ecuaciones diferenciales importantes | 338 |
| 3.1. La ecuación diferencial de Bessel | 338 |
| 3.2. Ecuación diferencial de Legendre | 348 |
| 3.3. Otras funciones especiales | 350 |
| Capítulo Ocho. | 353 |
| Funciones Ortogonales y Problemas de Sturm – Liouville | |
| 1. Funciones ortogonales | 354 |
| 1.1. Funciones como vectores | 354 |
| 1.2. Ortogonalidad | 356 |
| 1.3. Longitud o norma de un vector. Ortonormalidad y Eigenfunciones | 361 |
| 2. Problemas de Sturm – Liouville | 361 |
| 2.1. Motivación para los problemas de Sturm – Liouville. Eigenvalores y Eigenfunciones | 361 |
| 2.2. Una aplicación al pandeo de vigas | 368 |

| | |
|---|-----|
| 3. Ortogonalidad de las funciones de Bessel y Legendre | 371 |
| 3.1. Ortogonalidad de las funciones de Bessel | 371 |
| 3.2. Ortogonalidad de las funciones de Legendre | 371 |
| 3.3. Funciones ortogonales misceláneas | 378 |
| 4. Series ortogonales | 380 |
| 4.1. Introducción | 380 |
| 4.2. Series de Fourier | 385 |
| 4.3. Series de Legendre | 403 |
| 4.4. Series de Legendre | 408 |
| 4.5. Series ortogonales misceláneas | 411 |
| 5. Algunos tópicos especiales | 414 |
| 5.1. Ecuaciones diferenciales así mismo adjuntas | 414 |
| 5.2. El método de ortonormalización de Gram – Schmidt | 417 |
| Capítulo Nueve. | 420 |
| La Solución Numérica de Ecuaciones Diferenciales | |
| 1. Solución numérica de $y' = f(x, y)$ | 421 |
| 1.1. El método de pendiente constante o método de Euler | 422 |
| 1.2. El método de pendiente promedio o método modificado de Euler | 425 |
| 1.3. Diagrama de computador | 427 |
| 1.4. Análisis de errores | 428 |
| 1.5. Algunas guías prácticas para la solución numérica | 431 |
| 2. El método de Runge – Kutta | 433 |
| Parte II. | |
| Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias | |
| Capítulo Diez. | |
| Sistemas de ecuaciones Diferenciales y sus Aplicaciones | |
| 1. Sistemas de ecuaciones diferenciales | 439 |
| 1.1. Motivación para los sistemas de ecuaciones diferenciales | 439 |
| 1.2. Método de eliminación para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales | 441 |
| 1.3. El uso de operadores en la eliminación de incógnitas | 443 |
| 1.4. Métodos abreviados de operador | 446 |
| 2. Soluciones de sistemas no lineales de ecuaciones diferenciales ordinarias | 448 |
| 3. Ecuaciones diferenciales expresadas como sistema de primer orden | 449 |
| 4. Aplicaciones a la mecánica | 452 |
| 4.1. El vuelo de un proyectil | 457 |
| 4.2. Una aplicación a astronomía | 457 |
| 4.3. El movimiento de satélites y misiles | 465 |
| 4.4. El problema de las masas vibrantes | 470 |
| 5. Aplicaciones a las redes eléctricas | 476 |
| 6. Aplicaciones a la biología | 481 |
| 6.1. Concentración de una droga en un sistema de dos compartimientos | 481 |
| 6.2. El problema de epidemia con cuarentena | 484 |
| 7. El problema depredador – presa: Un problema en ecología | 488 |
| 7.1. Formulación matemática | 489 |
| 7.2. Investigación de una solución | 490 |
| 7.3. Algunas aplicaciones adicionales | 497 |
| 8. Solución de sistemas lineales por transformadas de Laplace | 498 |

| | |
|--|-----|
| 9. Método de las soluciones complementarias y particular | 500 |
| 9.1. ¿Cómo encontramos la solución complementaria? | 502 |
| 9.2. Cómo encontramos una solución particular? | 506 |
| 9.3. Resumen del procedimiento | 507 |
| Capítulo Once. Métodos de Eigenvalores de Matrices para Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Lineales | |
| 1. El concepto de una matriz | 511 |
| 1.1. Introducción | 511 |
| 1.2. Algunas ideas simples | 511 |
| 1.3. Vectores fila y columna | 512 |
| 1.4. Operaciones diferenciales matriciales | 521 |
| 2. Ecuaciones diferenciales matriciales | 521 |
| 3. La solución complementaria | 522 |
| 3.1. Eigenvalores y eigenvectores | 523 |
| 3.2. El caso de eigenvalores reales distintos | 524 |
| 3.3. El caso de eigenvalores repetidos | 526 |
| 3.4. El caso de eigenvalores imaginarios | 527 |
| 3.5. Un problema algo más complicado | 529 |
| 3.6. Independencia lineal y wronskianos | 532 |
| 4. La solución particular | 533 |
| 5. Resumen del procedimiento | 534 |
| 6. Aplicaciones usando matrices | 535 |
| 7. Algunos tópicos especiales | 539 |
| 7.1. Ortogonalidad | 539 |
| 7.2. Longitud de un vector | 541 |
| 7.3. Eigenvalores y eigenvectores de matrices reales simétricas | 542 |
| Parte III. Ecuaciones Diferenciales Parciales | |
| Capítulo Doce. Ecuaciones Diferenciales Parciales en General | |
| 1. El concepto de una ecuación diferencial parcial | 551 |
| 1.1. Introducción | 551 |
| 1.2. Soluciones de algunas ecuaciones diferenciales parciales sencillas | 551 |
| 1.3. Significado geométrico de las soluciones general y particular | 554 |
| 1.4. Ecuaciones diferenciales parciales que surgen de la eliminación de funciones arbitrarias | 555 |
| 2. El método de separación de variables | 560 |
| 3. Algunas ecuaciones diferenciales parciales importantes que surgen de problemas físicos | 569 |
| 3.1. Problemas que involucran vibraciones u oscilaciones. La cuerda vibrante | 569 |
| 3.2. Problemas que involucran conducción o difusión de calor | 573 |
| 3.3. Problemas que involucran potencial eléctrico o gravitacional | 577 |
| 3.4. Observaciones sobre la deducción de ecuaciones diferenciales parciales | 578 |
| Capítulo Trece. Soluciones de Problema de Valor de Frontera usando Series de Fourier | |
| | 581 |

| | |
|--|-----|
| 1. Problemas de valor de frontera que involucran conducción de calor | 582 |
| 1.1. El problema de Fourier | 582 |
| 1.2. Problemas que involucran fronteras aisladas | 588 |
| 1.3. Temperatura de estado estacionario en una placa semi – infinita | 590 |
| 1.4. Interpretación de difusión de la conducción de calor | 593 |
| 2. Problemas de valor de frontera que involucran movimiento vibratorio | 597 |
| 2.1. El problema de la cuerda vibrante | 597 |
| 2.2. La cuerda vibrante con amortiguamiento | 601 |
| 2.3. Vibraciones de una viga | 603 |
| 3. Problemas de valor de frontera que involucran la ecuación de Laplace | 607 |
| 4. Problemas misceláneos | 615 |
| 4.1. La cuerda vibrante bajo de gravedad | 615 |
| 4.2. Conducción de calor en una barra con condiciones no cero en los extremos | 617 |
| 4.3. La cuerda vibrante con velocidad inicial no cero | 619 |
| 4.4. Vibraciones de una piel de tambor cuadrada: Un problema que involucra series dobles de Fourier | 620 |
| 4.5. Conducción de calor con radiación | 625 |
| Capítulo Catorce. Soluciones de Problemas de Valor de Frontera Usando Funciones de Bessel y de Legendre | 632 |
| 1. Introducción | 633 |
| 2. Problemas de valor de frontera que conducen a funciones de Bessel | 633 |
| 2.1. El Laplaciano en coordenadas cilíndricas | 633 |
| 2.2. Conducción de calor en un cilindro circular | 634 |
| 2.3. Conducción de calor en un cilindro radiante | 637 |
| 2.4. Vibraciones de una piel de tambor circular | 638 |
| 3. Problemas de valor de frontera que conduce a funciones de Legendre | 646 |
| 3.1. El Laplaciano en coordenadas esféricas | 646 |
| 3.2. Conducción de calor en una esfera | 648 |
| 3.3. Potencial eléctrico o gravitacional debido a una esfera | 651 |
| 4. Problemas misceláneos | 655 |
| 4.1. El problema de la cadena vibrante | 655 |
| 4.2. Potencial eléctrica debido a un alambre circular uniformemente cargado | 659 |
| 4.3. El problema de la bomba atómica | 662 |
| Apéndice. Determinantes | A-1 |
| Respuestas a los ejercicios | A-7 |
| Tablas: de Transformadas...; de Integrales... | T-1 |
| Bibliografía | B-1 |
| Matemáticos que hicieron aportes... | M-1 |
| Índice | I-1 |