

Contenido

Prólogo	vii
Al estudiante	xv

1 Una introducción a las ecuaciones diferenciales 1

1.1 Definiciones básicas y terminología	2
1.2 Orígenes de las ecuaciones diferenciales	12
1.2.1 Ecuación diferencial de una familia de curvas	12
1.2.2 Algunos orígenes físicos de las ecuaciones diferenciales	16
Resumen • Capítulo 1	28
Examen • Capítulo 1	28

2 Ecuaciones diferenciales de primer orden 31

2.1 Teoría preliminar	32
2.2 Variables separables	36
2.3 Ecuaciones homogéneas	44
2.4 Ecuaciones exactas	50
2.5 Ecuaciones lineales	58
[O] 2.6 Ecuaciones de Bernoulli, Ricatti y Clairaut	66
[O] 2.7 Sustituciones	70
[O] 2.8 Método de Picard	73
Resumen • Capítulo 2	75
Examen • Capítulo 2	76

3 Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de primer orden 79

3.1 Trayectorias ortogonales	80
3.2 Aplicaciones de las ecuaciones lineales	85
3.2.1 Crecimiento y decrecimiento	85
3.2.2 Enfriamiento, circuitos eléctricos y mezclas químicas	90
3.3 Aplicaciones de las ecuaciones no lineales	97
Resumen • Capítulo 3	109
Examen • Capítulo 3	109

4	Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior	111
4.1	Teoría preliminar	112
4.1.1	Problemas de valor inicial y de valor en la frontera	112
4.1.2	Dependencia e independencia lineales	115
4.1.3	Soluciones de ecuaciones lineales	120
4.2	Elaboración de una segunda solución a partir de una solución conocida	132
4.3	Ecuaciones lineales homogéneas con coeficientes constantes	136
4.4	Coefficientes indeterminados	145
4.4.1	Operadores diferenciales	145
4.4.2	Resolución de una ecuación lineal no homogénea	148
4.5	Variación de parámetros	155
	Resumen • Capítulo 4	162
	Examen • Capítulo 4	163
5	Aplicaciones de las ecuaciones diferenciales de segundo orden: Modelos de movimiento vibratorio	165
5.1	Movimiento armónico simple	166
5.2	Movimiento vibratorio amortiguado	176
5.3	Movimiento vibratorio forzado	186
[O] 5.4	Sistemas análogos	198
	Resumen • Capítulo 5	200
	Examen • Capítulo 5	202
6	Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables	205
6.1	Ecuación de Cauchy-Euler	206
6.2	Soluciones en serie de potencias	213
6.2.1	Procedimiento	213
6.2.2	Soluciones en torno a puntos ordinarios	216
6.3	Soluciones en torno a puntos singulares	225
6.3.1	Puntos singulares regulares. Método de Frobenius—Caso I	225
6.3.2	Método de Frobenius—Casos II y III	233
6.4	Dos ecuaciones especiales	243
6.4.1	Solución de la ecuación de Bessel	243
6.4.2	Solución de la ecuación de Legendre	248
	Resumen • Capítulo 6	255
	Examen • Capítulo 6	256

7	La transformada de Laplace	257
7.1	La transformada de Laplace	258
7.1.1	Definición básica	258
7.1.2	La transformada inversa	266
7.2	Propiedades operacionales	272
7.2.1	Teoremas de traslación y derivadas de una transformada	272
7.2.2	Transformadas de derivadas e integrales	281
7.2.3	Transformada de una función periódica	285
7.3	Aplicaciones	290
[O] 7.4	La función delta de Dirac	301
	Resumen • Capítulo 7	306
	Examen • Capítulo 7	306
8	Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales	309
8.1	Método de los operadores	310
8.2	Método de la transformada de Laplace	318
8.3	Sistema de ecuaciones lineales de primer orden	326
8.4	Introducción a las matrices	332
8.4.1	Definiciones y teoría básicas	332
8.4.2	Método de eliminación de Gauss-Jordan	340
8.4.3	Determinación de los valores propios (o característicos)	343
8.5	Matrices y sistemas de ecuaciones lineales de primer orden	350
8.5.1	Teoría preliminar	350
8.5.2	Una matriz fundamental	359
8.6	Sistemas lineales homogéneos	365
8.6.1	Valores propios reales	365
8.6.2	Valores propios complejos	369
8.6.3	Valores propios repetidos	373
[O] 8.7	Coefficientes indeterminados	379
8.8	Variación de parámetros	383
[O] 8.9	La matriz exponencial	387
	Resumen • Capítulo 8	390
	Examen • Capítulo 8	391
9	Métodos numéricos	395
9.1	Campos de direcciones	396
9.2	Los métodos de Euler	400
9.2.1	Método de Euler	400
9.2.2	El método de Euler mejorado	404
9.3	Método del desarrollo de Taylor de tres términos	410

9.4	Método de Runge-Kutta	414
[O] 9.5	Método de Milne, ecuaciones de segundo orden, errores	420
	Resumen • Capítulo 9	423
	Examen • Capítulo 9	425
10	Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales	427
10.1	Funciones ortogonales	428
10.2	Series de Fourier	432
10.3	Serie de cosenos y serie de senos	438
10.4	Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales	445
10.5	Problemas de condición de frontera	452
	10.5.1 La ecuación de flujo de calor	453
	10.5.2 La ecuación de onda	456
	10.5.3 La ecuación de Laplace	458
	Resumen • Capítulo 10	462
	Examen • Capítulo 10	464
	Apéndices	465
I	Una demostración de unicidad	466
II	La función gama	467
III	Tabla de transformadas de Laplace	469
IV	Repaso de los determinantes y regla de Cramer	470
V	Números complejos y fórmula de Euler	474
	Respuestas a los problemas de número impar	479
	Índice	513