

INDICE

VI. FIGURAS GEOMETRICAS PLANAS

34. Angulos y rectas	611
34.1 Angulos	611
34.2 Perpendicularidad y paralelismo	619
34.3 Rectas cortadas por una secante	627
34.4 Proporcionalidad de segmentos	632
34.5 Propiedades de ángulos con lados perpendiculares o paralelos	635
Problemas	639
Soluciones	641
35. Triángulos	643
35.1 Definiciones y nomenclatura	643
35.2 Propiedades de los ángulos de un triángulo	648
35.3 Igualdad de triángulos	650
35.4 Triángulos semejantes	658
35.5 Relaciones entre los lados de un triángulo	671
Problemas propuestos	688
Soluciones	689
36. Otros polígonos	691
36.1 Definiciones	691

36.2 Relaciones que cumplen los lados de los polígonos regulares _____	698
36.3 Semejanza de polígonos _____	705
36.4 Estudio particular de los cuadriláteros _____	710
Problemas propuestos _____	721
Soluciones _____	722

37. La circunferencia y el círculo _____	725
37.1 Definiciones _____	725
37.2 Relaciones notables en la circunferencia _____	741
37.3 Propiedades de los ángulos en la circunferencia _____	749
37.4 Resolución gráfica de problemas _____	755
Problemas propuestos _____	760
Soluciones _____	761

VII. TRIGONOMETRIA

38. Funciones trigonométricas _____	765
38.1 Definiciones _____	765
38.2 Relaciones entre las funciones trigonométricas de un ángulo _____	768
38.3 Relaciones entre las funciones trigonométricas de algunos ángulos _____	779
38.4 Valores de las funciones trigonométricas de ángulos notables _____	782
Problemas propuestos _____	791
Soluciones _____	793

39. Funciones trigonométricas de la suma y resta de un ángulo _____	795
39.1 Funciones trigonométricas de la suma y de la diferencia de dos ángulos _____	795

39.2 Funciones trigonométricas de los ángulos doble y mitad de un ángulo dado _____	800
39.3 Transformación en productos de sumas y diferencias de funciones trigonométricas _____	804
Problemas propuestos _____	810
Soluciones _____	812
Tabla de valores de las funciones trigonométricas _____	815

40. Resolución de triángulos _____	821
40.1 Teorema de los senos _____	821
40.2 Teorema del coseno _____	824
40.3 Discusión de los diversos casos de resolución de triángulos _____	825
Problemas propuestos _____	831
Soluciones _____	833

VIII. GEOMETRIA ANALITICA DEL PLANO

41. Vectores. Combinación lineal _____	839
41.1 Vectores _____	839
41.2 Operaciones con vectores _____	840
41.3 Combinación lineal _____	842
41.4 Coordenadas de un vector. Operaciones _____	843
41.5 Cambio de base _____	846
Problemas propuestos _____	847
Soluciones _____	849
42. El plano afín _____	851
42.1 Sistema de referencia _____	851
42.2 Cambio de sistema de referencia _____	853
42.3 Problemas geométricos que se resuelven con vectores _____	855

42.4 Ecuaciones de la recta _____	857
42.5 Incidencia y paralelismo _____	862
Problemas propuestos _____	863
Soluciones _____	866
43. Producto escalar _____	869
43.1 Módulo y ángulo de dos vectores _____	869
43.2 Producto escalar de vectores. Propiedades _____	871
43.3 Normalización de un vector. Vectores unitarios _____	874
43.4 Expresión analítica del producto escalar. Propiedades _____	875
43.5 Expresiones analíticas del módulo y del coseno del ángulo de dos vectores _____	877
Problemas propuestos _____	878
Soluciones _____	879
44. El plano métrico _____	881
44.1 Distancia. El plano métrico _____	881
44.2 Ángulo de dos rectas. Pendiente de una recta. Otras ecuaciones de la recta _____	883
44.3 Paralelismo y perpendicularidad _____	888
44.4 Ecuación normal de la recta. Cosenos directores _____	889
44.5 Distancia de un punto a una recta _____	891
44.6 Área del triángulo _____	892
44.7 Cambio de sistema de referencia ortonormal _____	894
44.8 Lugares geométricos _____	896
Problemas propuestos _____	898
Soluciones _____	900
45. Ecuación de la circunferencia _____	903
45.1 Introducción _____	903
45.2 Forma general de la ecuación de la circunferencia _____	905
45.3 Familias de circunferencias _____	910

45.4 Eje radical	912
45.5 Tangente a una circunferencia	915
Problemas propuestos	918
Soluciones	920
46. Las cónicas	923
46.1 La parábola	923
46.2 Ecuaciones de la parábola	924
46.3 Ecuación de la tangente a una parábola	928
46.4 La elipse	931
46.5 Ecuaciones de la elipse	932
46.6 Propiedades de la elipse	937
46.7 La hipérbola	937
46.8 Ecuaciones de la hipérbola	938
46.9 Asíntotas de la hipérbola	941
46.10 Propiedades de la hipérbola	942
Problemas propuestos	943
Soluciones	946

IX. INICIACION A LA GEOMETRIA DEL ESPACIO

47. Poliedros	949
47.1 Propiedades de rectas y planos	949
47.2 Poliedros regulares	959
47.3 El prisma	961
47.4 La pirámide	966
Problemas propuestos	972
Soluciones	973
48. Cuerpos de revolución	975
48.1 Definiciones	975
48.2 El cilindro	977

48.3 El cono _____	978
48.4 La esfera _____	980
Problemas propuestos _____	984
Soluciones _____	985

49. El espacio afín. La recta y el plano _____	987
49.1 Vectores en el espacio _____	987
49.2 Combinación lineal _____	989
49.3 Coordenadas de un vector. Operaciones _____	990
49.4 Sistema de referencia _____	991
49.5 Problemas geométricos que se resuelven mediante vectores _____	993
49.6 Ecuaciones de la recta _____	995
49.7 Ecuaciones del plano _____	997
49.8 Recta como intersección de dos planos _____	999
49.9 Haz de planos _____	1000
49.10 Posiciones relativas de dos rectas _____	1002
49.11 Posiciones relativas de dos planos _____	1004
49.12 Posiciones relativas entre recta y plano _____	1005
Problemas propuestos _____	1006
Soluciones _____	1008
Tabla de áreas y volúmenes de figuras geométricas _____	1011

INDICE

X. SUCESIONES

50. Sucesiones. Límite de una sucesión	1019
50.1 Sucesiones	1019
50.2 Sucesiones acotadas	1023
50.3 Sucesiones monótonas	1023
50.4 Operaciones con sucesiones	1026
50.5 Distancia entre dos puntos de la recta real. Entornos	1026
50.6 Límite de una sucesión	1027
50.7 Acotación y convergencia	1031
50.8 Comparación de límites	1032
50.9 Sucesiones divergentes y oscilantes	1033
Problemas propuestos	1033
Soluciones	1036
51. Cálculo de límites. El número e	1039
51.1 Infinitésimos	1039
51.2 Infinitésimos y sucesiones divergentes	1040
51.3 Infinitésimos y sucesiones convergentes	1042
51.4 Límite de las sucesiones suma y producto	1044
51.5 Límite de la sucesión inversa y de la sucesión cociente	1045
51.6 Operaciones con sucesiones divergentes	1047

51.7 Límite de sucesiones polinómicas _____	1050
51.8 Límites de cocientes polinómicos _____	1051
51.9 Expresiones indeterminadas $\infty - \infty$ _____	1052
51.10 Expresiones exponenciales. El número e _____	1054
Problemas propuestos _____	1057
Soluciones _____	1061

XI. FUNCIONES REALES

52. Funciones reales de variable real _____ 1065

52.1 Función real de variable real _____	1065
52.2 Dominio de una función _____	1067
52.3 Operaciones con funciones _____	1068
52.4 Funciones crecientes y decrecientes _____	1069
52.5 Composición de funciones _____	1071
52.6 Funciones clásicas _____	1073
1 <i>Funciones lineales</i> _____	1073
2 <i>Funciones formadas por trozos de rectas</i> _____	1074
3 <i>Funciones cuadráticas</i> _____	1076
4 <i>Funciones polinómicas</i> _____	1077
5 <i>Funciones de proporcionalidad inversa.</i>	
<i>La hipérbola</i> _____	1077
Problemas propuestos _____	1078
Soluciones _____	1079

53. Límites de funciones. Continuidad _____ 1081

53.1 Límite de una función en un punto _____	1081
53.2 Límites infinitos _____	1084
53.3 Límites en el infinito _____	1085
53.4 Cálculo de límites _____	1086
53.5 Continuidad de funciones _____	1092
53.6 Continuidad en un intervalo _____	1095

Problemas propuestos	1098
Soluciones	1101
54. La función exponencial	1105
54.1 Potencias de exponente racional	1105
54.2 Potencias de exponente real. La función exponencial	1107
54.3 Representación gráfica de la función exponencial	1110
54.4 Aplicaciones de las funciones exponenciales	1111
54.5 Ecuaciones exponenciales	1112
Problemas propuestos	1114
Soluciones	1116
55. La función logarítmica	1119
55.1 Definición	1119
55.2 La función logarítmica	1120
55.3 Propiedades de los logaritmos	1122
55.4 Casos notables	1127
55.5 Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	1132
Problemas propuestos	1134
Soluciones	1136
Tabla de logaritmos decimales	1138
Tabla de antilogaritmos	1140
56. El concepto de derivada	1143
56.1 Introducción	1143
56.2 El problema de la tangente	1147
56.3 Definición de derivada	1149
Problemas propuestos	1150
Soluciones	1151

57. Derivación de funciones	1153
57.1 Derivada de una función	1153
57.2 Derivada de $f(x) = x^n$, siendo n un número natural	1154
57.3 Derivada de una suma de funciones	1154
57.4 Derivada del producto de una constante por una función	1155
57.5 Derivada de una función polinómica	1156
57.6 Derivada de un producto de funciones	1156
57.7 Derivada de funciones de exponente fraccionario	1157
57.8 Derivada de un cociente	1160
57.9 Derivadas de las funciones trigonométricas	1161
57.10 Derivada de la función logarítmicas	1164
57.11 Derivada de funciones compuestas. Regla de la cadena	1165
57.12 Derivada de las funciones inversas	1168
57.13 Derivadas de las funciones trigonométricas inversas	1169
57.14 Derivada de la función exponencial	1171
Problemas propuestos	1172
Soluciones	1175
58. Aplicaciones de la derivada	1179
58.1 Tangentes a las cónicas	1179
58.2 Crecimiento de una función	1181
58.3 Extremos relativos de una función	1182
58.4 Problemas de optimización	1184
58.5 Concavidad y convexidad	1187
58.6 Representación de funciones polinómicas	1189
58.7 Representación de funciones racionales	1190
Problemas propuestos	1193
Soluciones	1195
59. La integral indefinida	1197
59.1 Primitiva de una función	1197
59.2 Integral indefinida	1198

59.3 Integrales inmediatas _____	1198
59.4 Métodos generales de integración _____	1200
59.5 Integración de funciones racionales _____	1206
Problemas propuestos _____	1211
Soluciones _____	1214

60. La integral definida. Cálculo de áreas _____	1219
60.1 Integral definida _____	1219
60.2 Propiedades de la integral definida _____	1221
60.3 La integral y su relación con la derivada _____	1221
60.4 Cálculo de áreas _____	1225
60.5 Aplicaciones geométricas de la integral _____	1231
Problemas propuestos _____	1237
Soluciones _____	1239

XII. ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

61. Estadística _____	1243
61.1 Introducción _____	1243
61.2 Distribuciones de frecuencia _____	1252
61.3 Medidas de centralización _____	1257
61.4 Medidas de dispersión _____	1262
Problemas propuestos _____	1267
Soluciones _____	1269

62. Probabilidad _____	1271
62.1 Nociones de combinatoria _____	1271
62.2 Experimentos aleatorios. Sucesos _____	1276
62.3 Operaciones con sucesos _____	1278
62.4 Frecuencias. Ley de los grandes números _____	1279

62.5 Definición y propiedades de la probabilidad _____	1281
Problemas propuestos _____	1284
Soluciones _____	1287

63. Probabilidad condicionada _____	1289
63.1 Probabilidad condicionada _____	1289
63.2 Sucesos independientes _____	1292
63.3 Experiencias dependientes _____	1294
63.4 Experiencias independientes _____	1296
63.5 Probabilidad total. Teorema de Bayes _____	1297
Problemas propuestos _____	1299
Soluciones _____	1302
Apéndice: El uso de la calculadora _____	1305