

Contenido

PARTE I *INTRODUCCION A LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS* 1

Capítulo 0 Ecuaciones diferenciales y modelado matemático 3

Capítulo 1 Ecuaciones diferenciales de primer orden 13

- 1.0 Introducción 13
- 1.1 Ecuaciones separables 17
- 1.2 Ecuaciones diferenciales separables en circuitos eléctricos, fusión y determinación de la edad por el carbono 22
- 1.3 Ecuaciones diferenciales homogéneas y casi homogéneas 29
- 1.4 Ecuaciones diferenciales exactas 38
- 1.5 Factores de integración y la ecuación diferencial de Bernoulli 45
- 1.6 Ecuaciones lineales 55
- 1.7 La ecuación de Riccati 60
- 1.8 Ecuaciones diferenciales de primer orden en la mecánica y la teoría de los circuitos eléctricos 65
- 1.9 Problemas de mezclas y trayectorias ortogonales 83
- 1.10 Existencia y unicidad de soluciones de problemas de valor inicial 91
- 1.11 Campos de direcciones 97
- Resumen 102
- Problemas adicionales 104

Capítulo 2 Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden 107

- 2.0 Introducción 107
- 2.1 Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden y problemas de valor inicial 109
- 2.2 Teoría de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de segundo orden 111
- 2.3 Reducción de orden 122
- 2.4 Solución general de $y'' + Ay'' + By = 0$ cuando $A^2 - 4B \geq 0$ 129
- 2.5 La función exponencial compleja 134
- 2.6 Solución general de $y'' + Ay' + By = 0$ cuando $A^2 - 4B < 0$ 136
- 2.7 La ecuación diferencial de Cauchy-Euler 141
- 2.8 Ecuaciones diferenciales de segundo orden y sistemas mecánicos 147
- 2.9 Teoría de las ecuaciones no homogéneas de segundo orden 157
- 2.10 El método de coeficientes indeterminados 163
- 2.11 Variación de parámetros 173
- 2.12 Oscilaciones forzadas, resonancia, pulsaciones y circuitos eléctricos 178
- Resumen 195
- Problemas adicionales 196

Capítulo 3 Ecuaciones diferenciales de orden superior 201

- 3.0 Introducción 201
- 3.1 Consideraciones teóricas 202
- 3.2 Ecuación homogénea con coeficientes constantes 209
- 3.3 Ecuaciones de Cauchy-Euler de n ésimo orden 217
- 3.4 Métodos de coeficientes indeterminados y de variación de parámetros 220
- Resumen 231
- Problemas adicionales 232

Capítulo 4 Transformación de Laplace 235

- 4.0 Introducción 235
- 4.1 Definición y teoría de la transformación de Laplace 236
- Tabla 4.1: transformadas de Laplace 240
- 4.2 Solución de problemas de valor inicial mediante el uso de la transformación de Laplace 250
- 4.3 Primer teorema de traslación 259
- 4.4 Función de Heaviside y segundo teorema de traslación 265
- 4.5 Fracciones parciales y fórmulas de Heaviside para transformadas inversas de Laplace 287
- 4.6 Teorema de convolución 295
- 4.7 Función delta de Dirac y ecuaciones diferenciales con coeficientes polinomiales 302

- 4.8 Solución de sistemas mediante la transformación de Laplace 315
Resumen 324

Capítulo 5 Soluciones en serie de ecuaciones diferenciales 327

- 5.0 Introducción 327
5.1 Revisión de series de potencias 328
5.2 Soluciones de ecuaciones diferenciales en series de potencias 336
5.3 Puntos singulares y método de Frobenius 355
5.4 Segunda solución y términos logarítmicos 365
Resumen 376

Capítulo 6 Soluciones numéricas de problemas con valores iniciales 379

- 6.0 Introducción 379
6.1 Método de Euler 380
6.2 Métodos de un paso 391
6.3 Métodos de varios pasos y predictor-corrector 399
Apéndice: Programas de computadora 399

PARTE II TEMAS ADICIONALES REFERENTES A ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS 413

Capítulo 7 Funciones especiales, teoría de Sturm-Liouville y desarrollo en funciones propias 415

- 7.0 Introducción 415
7.1 Ecuación de Bessel y funciones de Bessel del primer tipo 416
7.2 Funciones de Bessel del segundo tipo 426
7.3 Tres aplicaciones de las funciones de Bessel 436
7.4 La ecuación de Legendre y los polinomios de Legendre 446
7.5 Propiedades adicionales de los polinomios de Legendre 453
7.6 Desarrollos en series y conjuntos ortogonales de funciones 464
7.7 Teoría de Sturm-Liouville y problemas con valores en la frontera 469
7.8 Los polinomios de Legendre y las funciones de Bessel en la teoría de Sturm-Liouville 482

Capítulo 8 Ecuaciones diferenciales no lineales y estabilidad 495

- 8.1 Introducción informal a los conceptos de estabilidad, puntos críticos y comportamiento cualitativo 495
8.2 Sistemas autónomos de ecuaciones diferenciales 500

- 8.3 Estabilidad y clasificación de puntos críticos 515
- 8.4 Sistemas casi lineales 530
- 8.5 Los modelos de depredador-presa y de competencia de especies 544
- 8.6 Ciclos límite 554

Capítulo 9 Cálculo de variaciones 569

- 9.0 Introducción 569
- 9.1 El primer problema en el cálculo de variaciones 570
- 9.2 Una ecuación de Euler para $\int_a^b f(x, y, y', y'')dx$ 580
- 9.3 Una ecuación de Euler para $\iint_D f(x, y, w, w_x, w_y)dA$ 586
- 9.4 Problemas isoperimétricos 591

Capítulo 10 Ecuaciones en diferencias 599

- 10.0 Introducción 599
- 10.1 Notación, terminología y ecuaciones en diferencias lineales de primer orden 600
- 10.2 Ecuaciones en diferencias lineales homogéneas de segundo orden 605
- 10.3 La ecuación en diferencias lineal no homogénea de segundo orden 610
- 10.4 La ecuación en diferencias de Cauchy-Euler 616
- 10.5 Ecuaciones en diferencias y la cuerda con carga 618

Apéndice A: Notas históricas sobre el desarrollo de las ecuaciones diferenciales ordinarias 623

Apéndice B: Reseñas biográficas 629

PARTE III ALGEBRA LINEAL Y SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES 639

Capítulo 11 Vectores y espacios vectoriales 641

- 11.0 Introducción 641
- 11.1 El álgebra y la geometría de los vectores 641
- 11.2 El producto punto o escalar de vectores 654
- 11.3 El producto vectorial o "cruz" de vectores 663
- 11.4 Triple producto escalar e identidades vectoriales relacionadas 670
- 11.5 El espacio vectorial R^n 672
- 11.6 Independencia lineal y dimensión 680
- 11.7 Espacios vectoriales abstractos 686
 - Problemas adicionales 692

Capítulo 12 Matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones lineales 695

- 12.0 Introducción 695
- 12.1 Matrices 696
- 12.2 Multiplicación de matrices y recorridos aleatorios en cristales 707
- 12.3 Algunas matrices especiales 712
- 12.4 Operaciones elementales de renglones y matrices elementales 715
- 12.5 Forma reducida de una matriz 725
- 12.6 El rango y el espacio de renglones de una matriz 732
- 12.7 Solución de sistemas homogéneos de ecuaciones lineales 739
- 12.8 Solución de sistemas no homogéneos de ecuaciones lineales 750
- 12.9 Matrices inversas 761
- 12.10 Determinantes 768
- 12.11 Una aplicación de los determinantes a los circuitos eléctricos 788
- 12.12 Fórmula de determinante para la inversa de una matriz 792
- 12.13 Regla de Cramer 795
 - Problemas adicionales 798

Capítulo 13 Valores propios, vectores propios y diagonalización 801

- 13.0 Introducción 801
- 13.1 Valores propios y vectores propios 801
- 13.2 Diagonalización 807
- 13.3 Valores propios y vectores propios de matrices reales simétricas 819
- 13.4 Matrices ortogonales y diagonalización de matrices reales simétricas 824
- 13.5 Matrices ortogonales y formas cuadráticas reales 830
- 13.6 Matrices unitarias, hermitianas y antihermitianas 836
 - Problemas adicionales 843

Capítulo 14 Solución matricial de sistemas de ecuaciones diferenciales 845

- 14.0 Introducción 845
- 14.1 La teoría de los sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden 845
- 14.2 Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes 857
- 14.3 Soluciones con valores reales de $X' = AX$ cuando A tiene valores propios complejos 863
- 14.4 Resolución de $X' = AX$ mediante diagonalización de A 868
- 14.5 El sistema no homogéneo $X' = AX + G$ cuando A es diagonalizable 872
- 14.6 Soluciones de $X' = AX$ en matrices exponenciales 878
- 14.7 Variación de parámetros para el sistema $X' = AX + G$ 892
- 14.8 Transformación de una ecuación diferencial de orden n en un sistema 901
- 14.9 Aplicaciones e ilustraciones de las técnicas 905

Apéndice: Notas sobre la historia de las matrices y los determinantes 927

Apéndice B: Una extensión

Apéndice C: Revisión

Apéndice D: Revisión

Apéndice E: Cambio

de
variables

Contenido

PARTE IV CÁLCULO VECTORIAL 1

Capítulo 15 Cálculo diferencial vectorial 3

- 15.0 Introducción 3
- 15.1 Funciones vectoriales de una variable 3
- 15.2 Velocidad, aceleración, curvatura y torsión 12
- 15.3 Campos vectoriales y líneas de fuerza 19
- 15.4 El campo vectorial gradiente 24
- 15.5 Divergencia y rotacional 35
- Problemas adicionales 41

Capítulo 16 Cálculo vectorial integral 43

- 16.1 Integrales de línea 43
- 16.2 Teorema de Green 58
- 16.3 Independencia de la trayectoria y teoría potencial en el plano 65
- 16.4 Superficies e integrales de superficie 78
- 16.5 Preparación para los teoremas de Gauss y de Stokes 97
- 16.6 El teorema de la divergencia de Gauss 101
- 16.7 Algunas aplicaciones del teorema de la divergencia 111
- 16.8 Teorema de Stokes 122
- 16.9 Las ecuaciones de Maxwell y la teoría del potencial en el espacio de tres dimensiones 130
- Problemas adicionales 137

Apéndice A: Coordenadas curvilíneas ortogonales 140

- Apéndice B: Una extensión del teorema de Green 151**
- Apéndice C: Revisión de integrales dobles 156**
- Apéndice D: Revisión de integrales triples 168**
- Apéndice E: Cambios de variables en integrales múltiples 173**
- Apéndice F: Notas sobre de la historia del cálculo vectorial 183**

PARTE V ANÁLISIS DE FOURIER Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA 187

Capítulo 17 Análisis de Fourier 189

- 17.0 Introducción 189
- 17.1 Series de Fourier 189
- 17.2 Convergencia, derivación e integración de series de Fourier 199
- 17.3 Series de Fourier en senos y cosenos 219
- 17.4 Series de Fourier múltiples 226
- 17.5 Transformadas finitas de Fourier en senos y cosenos 228
- 17.6 Funciones periódicas y el espectro de amplitud 232
- 17.7 Serie de Fourier compleja y espectros de frecuencia 245
- 17.8 La integral de Fourier 252
- 17.9 La transformada de Fourier 260
- 17.10 Propiedades adicionales de la transformada de Fourier 272
- 17.11 Algunas aplicaciones de la transformada de Fourier 282
- 17.12 Transformadas de Fourier en senos y en cosenos 297
- 17.13 La transformada de Fourier discreta 301
- 17.14 La transformación rápida de Fourier 313

Capítulo 18 Problemas con valores en la frontera en ecuaciones diferenciales en derivadas parciales 321

- 18.0 Introducción 321
- 18.1 Soluciones en series de Fourier de la ecuación de onda 336
- 18.2 Soluciones en series de Fourier de la ecuación del calor 353
- 18.3 Temperaturas en estado estacionario en una lámina plana 366
- 18.4 Algunos problemas en los que falla la separación de variables 374
- 18.5 La ecuación del calor en un cilindro infinito 380
- 18.6 La ecuación del calor en una esfera sólida 385
- 18.7 Soluciones en series de Fourier múltiples de problemas con valores en la frontera 389
- 18.8 Vibraciones de una membrana elástica circular 397

- 18.9 Solución de las ecuaciones del calor y de onda en dominios no acotados 403
- 18.10 Solución por transformada de Laplace de problemas con valores en la frontera 413
- 18.11 Solución usando transformada de Fourier de problemas con valores en la frontera 418
- 18.12 Existencia, unicidad, clasificación y problemas bien planteados 429
 - Tabla 18.1: Transformadas finitas de Fourier en senos 436
 - Tabla 18.2: Transformadas finitas de Fourier en cosenos 438
 - Tabla 18.3: Transformadas de Fourier en senos 439
 - Tabla 18.4: Transformadas de Fourier en cosenos 440
 - Tabla 18.5: Transformadas de Fourier 441

Apéndice A: Notas sobre la historia del análisis de Fourier 442

Apéndice B: Notas sobre la historia de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales 446

PARTE VI ANÁLISIS COMPLEJO 449

Capítulo 19 Números complejos y funciones complejas 451

- 19.1 Números complejos 451
- 19.2 La forma polar de un número complejo 463
- 19.3 Límites y derivadas de funciones con valores complejos 472
- 19.4 Las ecuaciones de Cauchy-Riemann 478
- 19.5 Potencias y raíces racionales 484
- 19.6 La función exponencial compleja 490
- 19.7 La función logaritmo compleja 494
- 19.8 Potencias de la forma z^w 499
- 19.9 Funciones complejas trigonométricas e hiperbólicas 501
 - Problemas adicionales 505

Capítulo 20 Integración en el plano complejo 507

- 20.1 Integrales de línea complejas 507
- 20.2 El teorema de la integral de Cauchy 516
- 20.3 Algunas consecuencias del teorema de Cauchy 523
 - Problemas adicionales 536
 - Apéndice: Una prueba del teorema de Cauchy 538

Capítulo 21 Sucesiones y series complejas; desarrollos de Taylor y de Laurent 543

- 21.1 Sucesiones complejas 543
- 21.2 Series de constantes complejas 548

- 21.3 Series de potencias complejas 550
- 21.4 Serie de Taylor compleja 555
- 21.5 Series de Laurent 562
 - Problemas adicionales 568

Capítulo 22 Singularidades y el teorema del residuo 569

- 22.1 Clasificación de singularidades 569
- 22.2 Residuos y el teorema del residuo 572
- 22.3 Evaluación de integrales reales 580
- 22.4 Suma de series mediante el teorema del residuo 588
- 22.5 El principio del argumento 590
 - Problemas adicionales 593

Capítulo 23 Mapeos conformes 595

- 23.0 Introducción 595
- 23.1 Algunas funciones familiares como mapeos 596
- 23.2 Mapeos conformes y transformaciones de Möbius o bilineales 607
- 23.3 Construcción de mapeos entre dominios dados 619

Capítulo 24 Algunas aplicaciones del análisis complejo 635

- 24.1 Métodos del análisis complejo en el análisis de flujo de fluidos 635
- 24.2 Una fórmula del residuo para la transformada inversa de Laplace 646
- 24.3 Funciones armónicas y el problema de Dirichlet 650

Apéndice: Notas sobre la historia del análisis complejo 659

Bibliografía recomendada 661

Respuestas y soluciones a ejercicios impares seleccionados R1

Índice I1