INDICE

Presentación Preliminar del Cálculo	2
1. Funciones y Modelos	10
1.1. Cuatro maneras de representar una función	11
1.2. Modelos matemáticos	24
1.3. Nuevas funciones a partir de funciones ya conocidas	38
1.4. Calculadoras graficadoras y computadoras	50
1.5. Funciones exponenciales	56
1.6. Funciones inversas y logarítmicas	64
Repaso	75
Principios para la Solución de Problemas	78
2. Límites y Derivadas	84
2.1. Problema de la tangente y velocidad	85
2.2. Límites de una función	90
2.3. Cálculo de límites utilizando las leyes de los límites	102
2.4. Definición precisa de límite	112
2.5. Continuidad	122
2.6. Límites al infinito, asíntotas horizontales	133
2.7. Tangentes, velocidades y otras razones de cambio	147
2.8. Derivadas	156
Proyecto de investigación histórica * Primeros métodos para hallar tangentes	162
3.9. Derivadas como función	163
Repaso	174
Problemas especiales	178
3. Reglas de Derivación	180
3.1. Derivadas de polinomios y de funciones exponenciales	181
3.2. Reglas del producto y el cociente	190
3.3. Razones de cambio en las ciencias naturales y sociales	196
3.4. Derivadas de las funciones trigonométricas	208
3.5. Regla de la cadena	215
3.6. Derivación implícita	224
3.7. Derivadas de orden superior	233
Proyecto de aplicación *¿Dónde debe iniciar el descenso el piloto?	240
3.8. Derivadas de funciones logarítmicas	240
3.9. Funciones hiperbólicas	246
3.10. Tasas relacionadas	253
3.11. Aproximaciones lineales y diferenciales	259
Proyecto de laboratorio * Polinomios de Taylor	266
Repaso	267
Problemas especiales	271
4. Aplicaciones de la Derivada	276
4.1. Valores máximos y mínimos	277
Proyecto de aplicación * Cálculo de los arco iris	286
4.2. Teorema del valor medio	288
4.3. Cómo afectan las derivadas la forma de una gráfica	294
4.4. Formas indeterminadas y la regla de L´Hospital	305
Proyecto de investigación histórica * Orígenes de la regla L´Hospital	313

4.5. Resumen de trazo de curvas	314
4.6. Trazo de gráficas con cálculo y calculadora	322
4.7. Problemas de optimización	329
Proyecto de aplicación * Forma de una lata	339
4.8. Aplicaciones a la economía	340
4.9. Método de Newton	345
4.10. Antiderivadas	351
Repaso	359
Problemas especiales	
5. Integrales	366
5.1. Áreas y distancia	367
5.2. Integral definida	378
Proyecto * Funciones del área	390
5.3. Teoremas fundamental del cálculo	391
5.4. Integrales indefinidas y teoremas del cambio total	401
Proyecto de investigación histórica * Newton, Leibniz y la invención del cálculo	409
5.5. Regla de sustitución	410
5.6. Logaritmo definido como una integral	418
Repaso	425
Problemas especiales	429
6. Aplicaciones de la Integración	432
6.1. Áreas entre curvas	433
6.2. Volúmenes	440
6.3. Cálculo de volúmenes mediante cascarones cilíndricos	451
6.4. Trabajo	456
6.5. Valor promedio de una función	460
Proyecto de aplicación *Dónde sentarse en las salas cinematográficas	463
Repaso	463
Problemas especiales	465
7. Técnicas de Integración	468
7.1. Integración por partes	469
7.2. Integrales trigonométricas	476
7.3. Sustitución trigonométrica	483
7.4. Integración de funciones racionales mediante fracciones parciales	490
7.5. Estrategia para la integración	499
7.6. Integración por medio de la tablas de integrales y sistemas algebraicos computacionales	505
Proyecto * Modelos de integración	511
7.7. Integración aproximada	512
7.8. Integrales impropias	523
Repaso	534
Problemas especiales	537
8. Otras Aplicaciones de la Integración	540
8.1. Longitud de arco	541
8.2. Área de una superficie de revolución	548
Proyecto * Rotación sobre un eje oblicuo	554
8.3. Aplicaciones a la física y la ingeniería	555
8.4. Aplicaciones a la economía y a la biología	564

8.5. Probabilidad	569
Repaso	576
9. Ecuaciones Diferenciales	580
9.1. Modelo con ecuaciones diferenciales	581
9.2. Campos direccionales y método de Euler	586
9.3. Ecuaciones separables	595
9.4. Crecimiento y desintegración exponenciales	603
Proyecto de aplicación * Cálculo y béisbol	612
9.5. Ecuación logística	613
9.6. Ecuaciones lineales	622
9.7. Sistemas depredador – presa	628
Repaso	634
Problemas especiales	638
10. Ecuaciones Paramétricas y Coordenadas Polares	640
10.1. Curvas definidas por ecuaciones paramétricas	641
Proyecto de laboratorio * Familias de hipocicloides	648
10.2. Tangentes y áreas	648
Proyecto de laboratorio * Curvas de Bézier	655
10.3. Longitud de arco y área de una superficie	655
10.4. Coordenadas polares	660
10.5. Áreas y longitudes en coordenadas polares	670
10.6. Secciones cónicas	675
10.7. Secciones cónicas en coordenadas polares	682
Repaso	688
Problemas especiales	690
11. Sucesiones y Series Infinitas	692
11.1. Sucesiones	693
Proyecto de laboratorio * Sucesiones logísticas	704
11.2. Serie	704
11.3. Prueba de la integral y estimación de sumas	714
11.4. Pruebas por comparación	721
11.5. Series alternantes	726
11.6. Convergencias absolutas y las pruebas de la razón y la raíz	731
11.7. Estrategia de pruebas de serie	738
11.8. Series de potencias	740
11.9. Representación de funciones como serie de potencias	745
11.10. Serie de Taylor y de Maclaurin	751
11.11. Serie binomial	762
Proyecto de investigación histórica * Descubrimiento de a serie del binomio por Newton	765
11.12. Aplicaciones de los polinomios de Taylor	766
Proyecto de aplicación. Radiación de las estrellas	774
Repaso	775
Problemas especiales	778
12. Vectores y Geometría del Espacio	782
12.1. Sistemas de coordenadas en tres dimensiones	783
12.2. Vectores	788
12.3. Producto punto	796

12.4. Producto cruz	803
Proyecto de descubrimiento * Geometría de un tetraedro	811
12.5. Ecuaciones de rectas y planos	812
12.6. Cilindros y superficies cuadráticas	821
12.7. Coordenadas cilíndricas y esféricas	827
Proyecto de laboratorio * Familias de superficies	832
Repaso	832
Problemas especiales	835
13. Funciones Vectoriales	836
13.1. Funciones vectoriales y curvas en el espacio	837
13.2. Derivas e integrales de funciones vectoriales	843
13.3. Longitud de arco y curvatura	849
13.4. Movimiento en el espacio: velocidad y aceleración	857
Proyecto de aplicación * Leyes de Kepler	866
Repaso	867
Problemas espaciales	870
14. Derivadas Parciales	872
14.1. Funciones de varias variables	873
14.2. Límites y continuidad	887
14.3. Derivadas parciales	895
14.4. Planos tangentes y aproximaciones lineales	908
14.5. Reglas de la cadena	917
14.6. Derivadas direccionales y vector gradiente	926
14.7. Valores máximos y mínimos	939
Proyecto de aplicación * Diseño de un camión de volteo	949
Proyecto de descubrimiento * Aproximaciones cuadráticas y puntos críticos	950
14.8. Multiplicadores de Lagrange	951
Proyecto de aplicación * Ciencia de cohetería	958
Proyecto de aplicación * Optimización de turbinas hidráulicas	959
Repaso	960
Problemas especiales	964
15. Integrales Múltiples	966
15.1. Integrales dobles sobre rectángulos	967
15.2. Integrales iteradas	976
15.3. Integrales dobles sobre regiones generales	981
15.4. Integrales dobles en coordenadas polares	989
15.5. Aplicaciones de las integrales dobles	995
15.6. Área de una superficie	1005
15.7. Integrales triples	1008
Proyecto de descubrimientos * Volúmenes de hiperesferas	1018
15.8. Integrales triples con coordenadas cilíndricas y esféricas	1018
Proyecto de aplicación de aplicación * Carrera de objetos rodantes	1024
Proyecto de descubrimiento * Intersección de tres cilindros	1025
15.9. Cambio de variables en integrales múltiples	1026
Repaso	1034
Problemas especiales	1038
16. Cálculo Vectorial	1040

16.1. Campos vectoriales	1041
16.2. Integrales de línea	1047
16.3. Teorema Fundamentals para integrales de línea	1059
16.4. Teorema de Green	1068
16.5. Rotacional y divergencia	1075
16.6. Superficies paramétricas y sus áreas	1083
16.7. Integrales de superficie	1093
16.8. Teorema de Stokes	1105
Proyecto de investigación histórica * Tres hombres y dos teoremas	1110
16.9. Teorema de la divergencia	1111
Repaso	1119
Problemas especiales	1122
17. Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden	1124
17.1. Ecuaciones lineales de segundo orden	1125
17.2. Ecuaciones lineales no homogéneas	1131
17.3. Aplicaciones de ecuaciones diferenciales de segundo orden	1138
17.4. Soluciones en forma de series	1146
Repaso	1150
Apéndice	A1
A. Intervalos, desigualdades y valores absolutos	A2
B. Gometría cartesiana y rectas	A10
C. Gráficas de ecuaciones de segundo grado	A16
D. Trigonometría	A24
E. Notación sigma	A37
F. Demostraciones de teoremas	A42
G. Números complejos	A52
H. Respuestas a ejercicios impares	A60
Índice	A123