

## INDICE

<b>1. El Sentido común y el Razonamiento Exacto</b>	
1.1. Dos clases de problemas	1
1.2. Un desarrollo lógico sistemático de la geometría	8
Euclides	11
<b>2. Conjuntos, Números Reales y Rectas</b>	
2.1. Conjunto	15
2.2. Orden en la recta numérica	21
2.3. Valor absoluto	26
2.4. Reglas y unidades de distancia	28
Postulado 1. Postulado de la distancia	31
2.5. Un regla infinita	33
Postulado 2. Postulado de la regla	34
2.6. El postulado de colocación de la regla, interposición, segmentos y rayos	38
Postulado 3. Postulado de colocación de la regla	38
Postulado 4. Postulado de la recta	41
2.7. Cambios en la unidad de distancia	46
<b>3. Rectas, Planos y Separación</b>	
3.1. Introducción	55
3.2. Rectas, planos y representaciones	56
Postulado 5	57
3.3. Rectas, planos y representaciones (Continuación)	59
Postulado 6.	59
Postulado 7. Postulado del plano	60
Postulado 8.	60
3.4. Conjunto convexos	63
Postulado 9. Postulado de separación del plano	64
Postulado 10. Postulado de separación del espacio	65
3.5. Los siete puentes de Königsberg	68
Leonhard Euler	70
<b>4. Ángulos y Triángulos</b>	
4.1. Definiciones fundamentales	75
4.2. Algunas observaciones acerca de los ángulos	80
4.3. Medida angular	81
Postulado 11. Postulado de la medida de ángulos	82
Postulado 12. Postulado de la construcción del ángulo	82
Postulado 13. Postulado de la adición de ángulos	82
Postulado 14. Postulado del suplemento	83
4.4. Ángulos rectos, perpendicularidad, ángulos congruentes	87
George David Birkhoff	93
4.5. Teoremas enunciados a base de hipótesis y conclusión	95
4.6. Redacción de demostraciones sencillas	97
<b>5. Congruencias</b>	
5.1. El concepto de congruencia	105
5.2. Congruencia de triángulos	112
5.3. Los postulados de congruencia para triángulos	119
Postulado 15. Postulado LAL	119

Postulado 16. Postulado ALA	120
Postulado 17. Postulado LLL	120
5.4. Redacción de demostraciones	122
5.5. Bisectriz de un ángulo	132
5.6. Triángulos isósceles y equiláteros	134
5.7. Triángulos parcialmente superpuestos. Empleo de la figura para obtener información	138
5.8. Cuadriláteros, cuadrados y rectángulos	140
<b>6. Un Examen más Preciso de la Demostración</b>	
6.1. Cómo funciona un sistema deductivo	153
6.2. Demostraciones indirectas	153
6.3. Teoremas sobre rectas y planos	157
6.4. Perpendiculares	161
6.5. Introducción del empleo de conjuntos auxiliares en las demostraciones. El empleo de la palabras “sea”	169
6.6. Cómo prescindir del postulado ALA	174
6.7. Cómo prescindir del postulado LLL	175
6.8. Interposición y separación	177
<b>7. Desigualdades Geométricas</b>	
7.1. Formulación de conjeturas plausibles	183
7.2. Desigualdades para números, segmentos y ángulos	185
7.3. El teorema del ángulo externo	187
7.4. Teoremas sobre congruencia basados en el teoremas del ángulo externo	191
7.5. Desigualdades en un mismo triángulo	195
7.6. Recíprocos	198
7.7. La distancia entre una recta y un punto. la desigualdades del triángulo	200
7.8. El teorema de la charnela y su recíproco	203
7.9. Alturas de triángulos	206
<b>8. Rectas y Planos Perpendiculares en el Espacio</b>	
8.1. La definición de perpendicularidad para rectas y planos	213
8.2. Un lema	215
8.3. El teorema fundamental sobre perpendiculares	216
8.4. Existencia y unicidad	218
8.5. Rectas y planos perpendiculares: resumen	222
<b>9. Rectas Paralelas en un Plano</b>	
9.1. Condiciones que garantizan el paralelismo	229
9.2. Ángulos correspondientes	236
9.3. El postulado de las paralelas	238
Postulado 18. Postulado de las paralelas	238
9.4. Triángulos	242
9.5. Cuadriláteros en un plano	245
9.6. Rombo, rectángulo y cuadrado	251
9.7. Algunos teoremas relacionados con triángulos rectángulos	254
9.8. Secantes a varias rectas paralelas	256
9.9. Cómo eratóstenes midió la tierra	261
Eratóstenes	262
<b>10. Rectas y Planos Paralelos</b>	

10.1. Propiedades fundamentales de los planos paralelos	269
10.2. Ángulos diedros, planos perpendiculares	275
10.3. Proyecciones	281
Nikolai Ivanovitch Lobachevsky	289
<b>11. Regiones Poligonales y sus Áreas</b>	
11.1. Regiones poligonales	291
Postulado 19. Postulado de área	293
Postulado 20. Postulado de la congruencia	293
Postulado 21. Postulado de adición de áreas	294
Postulado 22. Postulado de la unidad	294
11.2. Áreas de triángulos y cuadriláteros	298
11.3. El Teorema de Pitágoras	306
Pitágoras	307
11.4. Triángulos especiales	312
<b>12. Semejanza</b>	
12.1. El concepto de semejanza. Proporcionalidad	321
12.2. Semejanza de triángulos	326
12.3. El teorema fundamental de la proporcionalidad y su recíproco	330
12.4. Los teoremas fundamentales de la semejanza	336
12.5. Semejanzas en los triángulos rectángulos	346
12.6. Áreas de triángulos semejantes	349
12.7 Las razones trigonométricas	353
12.8. Trigonometría numérica. Empleo de las tablas	357
12.9. Relaciones entre las razones trigonométricas	363
<b>13. Geometría Cartesiana en el Plano</b>	
13.1. Introducción	371
13.2. Sistema de coordenadas en un plano	371
René Descartes	377
13.3. Representación de un sistema de coordinas en papel cuadriculado	378
13.4. La pendiente de una recta no vertical	383
13.5. Rectas paralelas y perpendiculares	389
13.6. La fórmula de la distancia	392
13.7. La fórmula del punto medio. el punto que divide a un segmento en una razón dada	396
13.8. El empleo de sistema de coordenadas en la demostración de teoremas geométricas	402
13.9. la gráfica de una condición	406
13.10. La representación de una recta mediante una ecuación	410
<b>14. Circunferencias y Superficies Esféricas</b>	
14.1. Definiciones básicas	421
14.2. Rectas tangentes a las circunferencias	425
14.3. Planos tangentes a las superficies esféricas	424
14.4. La pendiente de una recta no vertical	383
14.5. Rectas paralelas y perpendiculares	389
14.6. La fórmula de la distancia	392
14.7. La fórmula del punto medio. el punto que divide a un segmento en una razón dada	396
14.8. El empleo de sistema de coordenada en la demostración de teoremas geométricas	402

14.9. La gráfica de una condición	406
14.10. La representación de una recta mediante una ecuación	410
<b>14. Circunferencias y Superficies Esféricas</b>	
14.1. Definiciones básicas	421
14.2. Rectas tangentes a las circunferencias	425
14.3. Planos tangentes a las superficies esféricas	434
14.4. Arcos de circunferencias	438
14.5. Ángulos inscritos y arcos interceptados	442
14.6. Arcos congruentes	448
14.7. Segmentos secantes y tangentes. La potencia de un punto con respecto a una circunferencia	453
14.8. Circunferencias en un plano coordenado	461
<b>15. Caracterizaciones y Construcciones</b>	
15.1. Caracterizaciones	475
15.2. El empleo de caracterizaciones en la geometría cartesiana	479
15.3. Teoremas de concurrencia	481
15.4. Las bisectrices de los ángulos de un triángulo	485
15.5. El teorema de concurrencia de las medianas	489
15.6. Construcciones con regla y compás	491
15.7. Construcciones elementales	493
15.8. Construcciones elementales (continuación)	497
15.9. Circunferencias inscrita y circunscrita	502
15.10. Los problemas de construcciones imposibles de la antigüedad	504
<b>16. Áreas de Círculos y Sectores</b>	
16.1. Polígonos	513
16.2. Polígonos regulares	517
16.3. La longitud de una circunferencia. El número $\pi$	521
16.4. El área de un círculo	524
16.5. Longitudes de arcos y áreas de sectores	528
<b>17. Los Cuerpos Sólidos y sus Volúmenes</b>	
17.1. Prismas	537
17.2. Pirámides	543
17.3. Volúmenes de prismas y pirámides. El principio de Cavalieri	548
Postulado 23. Postulado de la unidad	549
Postulado 24. Principio de Cavalieri	550
Arquímedes	556
17.4. Cilindros y conos	557
17.5. El volumen y el área de la superficie de una esfera	562
Índice alfabético	571
Lista de símbolos	577