

# Contenidos

Prólogo xvii

## 1

Introducción 1

1.1 Por qué los economistas usan las matemáticas 1

1.2 El método científico en las ciencias empíricas 3

1.3 El uso de los símbolos en matemáticas 5

1.4 El sistema de los números reales 9

1.5 Algunos aspectos de lógica 15

1.6 Demostración matemática 21

1.7 Teoría de conjuntos 23

## 2

Funciones de una variable: introducción 30

2.1 Introducción 30

2.2 Funciones de una variable real 32

2.3 Gráficas 37

2.4 Gráficas de funciones 43

2.5 Funciones lineales 46

## 3

Polinomios, potencias y exponenciales 58

3.1 Funciones cuadráticas 58

3.2 Ejemplos de problemas de optimización cuadrática 62

- 3.3 Polinomios 64
- 3.4 Funciones potenciales 69
- 3.5 Funciones exponenciales 75
- 3.6 El concepto general de función 79

---

---

## 4

---

---

### Cálculo diferencial de una variable 83

- 4.1 Pendientes de curvas 83
- 4.2 La pendiente de la tangente y la derivada 85
- 4.3 Tasas de variación y su significado económico 90
- 4.4 Una pincelada sobre límites 93
- 4.5 Reglas sencillas de derivación 100
- 4.6 Derivación de sumas, productos y cocientes 104
- 4.7 Derivadas de segundo orden y de orden superior 111

---

---

## 5

---

---

### Más sobre derivación 114

- 5.1 La Regla generalizada de la potencia 114
- 5.2 Funciones compuestas y regla de la cadena 117
- 5.3 Derivación implícita 122
- 5.4 Aproximaciones lineales y diferenciales 128
- 5.5 Aproximaciones polinómicas 132
- 5.6 Elasticidades 135

---

---

## 6

---

---

### Límites, continuidad y series 139

- 6.1 Límites 140
- 6.2 Continuidad 146
- 6.3 Continuidad y derivabilidad 151
- 6.4 Sucesiones Infinitas 153
- 6.5 Series 155
- 6.6 Valor actual descontado e inversión 161
- 6.7 Un estudio riguroso de los límites (opcional) 164

---

---

## 7

---

---

### Consecuencias de la continuidad y de la derivabilidad 169

- 7.1 El teorema del valor intermedio 170
- 7.2 El teorema de los valores extremos 172
- 7.3 El teorema del valor medio 175
- 7.4 Fórmula de Taylor 179
- 7.5 Formas indeterminadas y regla de l'Hôpital 184
- 7.6 Funciones inversas 187

---

---

## 8

---

---

### Funciones exponenciales y logarítmicas 196

- 8.1 La función exponencial natural 196
- 8.2 La función logarítmica natural 200
- 8.3 Generalizaciones 209
- 8.4 Aplicaciones de exponenciales y logaritmos 214
- 8.5 Interés compuesto. Valores actuales descontados 220

---

---

## 9

---

---

### Optimización en una variable 224

- 9.1 Definiciones básicas 224
- 9.2 El test de la derivada primera para los puntos óptimos 226
- 9.3 Maneras alternativas de hallar máximos y mínimos 230
- 9.4 Máximos y mínimos locales 234
- 9.5 Funciones convexas y cóncavas y puntos de inflexión 241
- 9.6 Más sobre funciones cóncavas y convexas 250

---

---

## 10

---

---

### Integración 256

- 10.1 Áreas bajo curvas 257
- 10.2 Integrales indefinidas 261
- 10.3 La integral definida 266
- 10.4 Aplicaciones económicas de la integración 272

## 11

### Otros temas de integración 279

- 11.1 Integración por partes 279
- 11.2 Integración por sustitución 283
- 11.3 Extensión del concepto de integral 288
- 11.4 Una nota sobre distribución de rentas y curvas de Lorenz 296

## 12

### Álgebra lineal: vectores y matrices 300

- 12.1 Sistemas de ecuaciones lineales 301
- 12.2 Vectores 304
- 12.3 Interpretaciones geométricas de los vectores 308
- 12.4 El producto escalar 311
- 12.5 Rectas y planos 317
- 12.6 Matrices y operaciones con matrices 320
- 12.7 Multiplicación de matrices 323
- 12.8 Reglas para la multiplicación de matrices 327
- 12.9 La traspuesta 332

## 13

### Determinantes y matrices inversas 336

- 13.1 Determinantes de orden 2 336
- 13.2 Determinantes de orden 3 339
- 13.3 Determinantes de orden  $n$  343
- 13.4 Reglas básicas para los determinantes 346
- 13.5 Desarrollo por adjuntos 351
- 13.6 La inversa de una matriz 354
- 13.7 Una fórmula general para la inversa 360
- 13.8 Regla de Cramer 364

## 14

### Otros temas de álgebra lineal 367

- 14.1 Independencia lineal 367
- 14.2 El rango de una matriz 372
- 14.3 Resultados principales sobre sistemas de ecuaciones lineales 375

- 14.4 Autovalores 380
- 14.5 Diagonalización 385
- 14.6 El teorema espectral para las matrices simétricas 388

## — 15 —

### Funciones de varias variables 390

- 15.1 Funciones de dos o más variables 390
- 15.2 Representación geométrica de las funciones de varias variables 395
- 15.3 Derivadas parciales en dos variables 401
- 15.4 Derivadas parciales y planos tangentes 406
- 15.5 Derivadas parciales de funciones de varias variables 409
- 15.6 Derivadas parciales en economía 412
- 15.7 Modelos lineales con objetivos cuadráticos 415
- 15.8 Formas cuadráticas en dos variables 420
- 15.9 Formas cuadráticas en varias variables 423

## — 16 —

### Técnicas de estática comparativa 429

- 16.1 La regla de la cadena 429
- 16.2 Generalizaciones de la regla de la cadena 435
- 16.3 Derivadas de funciones definidas implícitamente 440
- 16.4 Elasticidades parciales 447
- 16.5 Funciones homogéneas de dos variables 451
- 16.6 Funciones homogéneas generales y funciones homotéticas 455
- 16.7 Más sobre derivación implícita 460
- 16.8 Aproximaciones lineales y diferenciales 462
- 16.9 Sistemas de ecuaciones 467
- 16.10 El teorema de la función implícita (opcional) 473

## — 17 —

### Optimización en varias variables 475

- 17.1 Optimización en dos variables 476
- 17.2 Máximos y mínimos con nociones de Topología 480
- 17.3 El teorema de los valores extremos y cómo usarlo 483
- 17.4 Puntos óptimos locales 488

- 17.5 Conjuntos convexos 494
- 17.6 Funciones cóncavas y convexas 496
- 17.7 Condiciones útiles de concavidad y convexidad 502
- 17.8 Tests de la derivada segunda para concavidad y convexidad: El caso de dos variables 505
- 17.9 Tests de la segunda derivada para concavidad y convexidad: El caso de  $n$  variables 509
- 17.10 Funciones cuasicóncavas y cuasiconvexas 513

## — 18 —

### Optimización restringida 520

- 18.1 Dos variables y una restricción de igualdad 521
- 18.2 El método de los multiplicadores de Lagrange 523
- 18.3 Demostración analítica del método lagrangiano (opcional) 530
- 18.4 Condiciones suficientes 532
- 18.5 Problemas lagrangianos más generales 535
- 18.6 Interpretaciones económicas de los multiplicadores de Lagrange 539
- 18.7 Resultados sobre envolventes 542
- 18.8 Programación no lineal: Una guía informal 544
- 18.9 Más sobre programación no lineal (opcional) 552
- 18.10 Resultados precisos (opcional) 558

## — 19 —

### Programación lineal 563

- 19.1 Preliminares 563
- 19.2 Introducción a la teoría de la dualidad 569
- 19.3 El teorema de dualidad 572
- 19.4 Una interpretación económica general 575
- 19.5 Holgura complementaria 576

## — 20 —

### Ecuaciones en diferencias 583

- 20.1 Ecuaciones en diferencias de primer orden 583
- 20.2 Interés compuesto y valor actual descontado 591
- 20.3 Ecuaciones lineales con coeficientes variables 593
- 20.4 Ecuaciones de segundo orden 595

20.5 Ecuaciones de segundo orden con coeficientes constantes 600

## 21

Ecuaciones diferenciales 607

21.1 Ecuaciones diferenciales de primer orden 607

21.3 Hallar el camino conociendo la dirección 610

21.3 Ecuaciones diferenciales de variables separables I 611

21.4 Ecuaciones diferenciales de variables separables II 616

21.5 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden I 620

21.6 Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden II 624

21.7 Teoría cualitativa y estabilidad 626

21.8 Ecuaciones diferenciales de segundo orden 631

21.9 Ecuaciones de segundo orden con coeficientes constantes 634

## A

Álgebra elemental 641

A.1 Potencias 641

A.2 Raíces cuadradas 646

A.3 Reglas algebraicas 648

A.4 Factorizaciones 651

A.5 Fracciones 654

A.6 Ecuaciones sencillas y cómo resolverlas 659

A.7 Desigualdades 662

A.8 Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado 667

A.9 Dos ecuaciones con dos incógnitas 672

## B

Sumas, productos e inducción 675

B.1 Notación sumatoria 675

B.2 Reglas de las sumas 679

B.3 Sumas dobles 684

B.4 Productos 686

B.5 Inducción 687

C

Funciones trigonométricas 690

C.1 Definiciones y resultados básicos 690

C.2 Derivadas de las funciones trigonométricas 696

C.3 Números complejos 701

D

Geometría 705

Soluciones a los problemas impares 708

Bibliografía 765

Índice analítico 767