

## INDICE

<b>I. Conjuntos y combinatoria</b>	
<b>1. Conjuntos</b>	3
1.1. Elemento y conjunto	
1.2. Clases de conjuntos	5
1.3. Operaciones entre conjuntos	7
Problemas propuestos	11
Soluciones	12
<b>2. Correspondencias. Relaciones binarias</b>	
2.1. Producto cartesiano de conjuntos	15
2.2. Correspondencias entre conjuntos	16
2.3. Relaciones binarias	19
2.4. Relación de equivalencia	20
2.5. Relación de orden	21
Problemas propuestos	22
Soluciones	23
<b>3. Aplicaciones. Leyes de composición. Estructuras algebraicas</b>	25
3.1. Aplicaciones entre conjuntos	
3.2. Leyes de composición interna	30
3.3. Leyes de composición externa	33
3.4. Estructuras algebraicas	34
Problemas propuestos	38
Soluciones	39
<b>4. Nociones combinatorias</b>	
4.1. Variaciones y permutaciones	41
4.2. Combinaciones	49
Problemas propuestos	60
Soluciones	64
<b>II. Desde los naturales hasta los complejos</b>	
<b>5. Los números naturales y su operaciones</b>	67
5.1. Los números naturales	
5.2. propiedades de a suma y la multiplicación	68
5.3. Las otras operaciones	69
5.4. Operaciones compuestas	70
5.5. Potenciación y radiación	72
Problemas propuestos	75
Soluciones	77
<b>6. El sistema decimal de numeración</b>	
6.1. La numeración	79
6.2. El sistema decimal	80
6.3. Escritura y lectura de números	82
6.4. Sistemas de numeración	83
6.5. Conversión de un numero de un sistema a otro	85
6.6. El sistema de numeración romana	87
Problemas propuestos	89
Soluciones	90
<b>7. Divisibilidad</b>	

7.1. Múltiplos y divisores	93
7.2. Fundamentos de la divisibilidad	94
7.3. Criterios de divisibilidad	104
Problemas propuestos	113
Soluciones	114
<b>8. Números primos y compuestos</b>	
8.1. Definiciones	115
8.2. Propiedades de los números primos	116
8.3. Descomposición en factores primos	127
Problemas propuestos	
Soluciones	131
<b>9. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo</b>	
9.1. Máximo común divisor	133
9.2. Métodos para calcular el máximo común divisor	137
9.3. Mínimo común múltiplo	141
9.4. Métodos para calcular el mínimo común múltiplo	142
Problemas propuestos	145
Soluciones	
<b>10. Los números enteros y sus operaciones</b>	
10.1. Los números enteros	149
10.2. Operaciones con números enteros	150
10.3. Operaciones compuestas	152
10.4. Potenciación y radiación	153
Problemas propuestos	156
Soluciones	157
<b>11. Los números racionales y sus operaciones</b>	
11.1. El número racional	159
11.2. Simplificación de fracciones	
11.3. Comparación de fracciones	162
11.4. Operaciones con números racionales	
Suma y resta	163
Multiplicación y división	164
11.5. Operaciones compuestas	166
11.6. Potenciación	168
Problemas propuestos	172
Soluciones	174
<b>12. Razones y proporciones</b>	
12.1. Razones geométricas	177
12.2. Proporciones geométricas	178
Problemas propuestos	
Soluciones	196
<b>13. Proporcionalidad de magnitudes y reglas de tres</b>	
13.1. Proporcionalidad de magnitudes	197
13.2. La regla de tres	
13.3. Métodos de resolución de la regla de tres	198
Problemas propuestos	203
Soluciones	205
<b>14. Repartos proporcionales y regla de compañía</b>	
14.1. Repartos proporcionales	207

14.2. Regla de compañía	210
Problemas propuestos	213
Soluciones	215
<b>15. Números decimales</b>	
15.1. Definición	217
15.2. Propiedades de los números decimales	219
15.3. Operaciones con números decimales	220
15.4. Conversión de fracciones en números decimales	224
15.5. Conversión de fracciones en números decimales	230
Problemas propuestos	234
Soluciones	236
<b>16. Los números reales</b>	
16.1. Números irracionales	237
16.2. Los números reales	239
16.3. La recta real	240
16.4. Definición de raíz	241
16.5. Propiedades de la radiación	242
16.6. Operaciones con radicales	246
16.7. Casos notables	252
Problemas propuestos	254
Soluciones	257
<b>17. El sistema métrico decimal</b>	
17.1. Medición y medida	259
17.2. Unidades del sistema métrico decimal	260
17.3. Operaciones con unidades	263
Problemas propuestos	270
Soluciones	272
Tabla de conversión de medidas del sistema de anglosajón al sistema métrico decimal	273
<b>18. Progresiones</b>	
18.1. Sucesiones	275
18.2. Progresiones aritméticas	278
18.3. Progresiones geométricas	283
Problemas propuestos	290
Soluciones	292
<b>19. Interés y descuento</b>	
19.1. Interés simple	293
19.2. Interés compuesto	295
19.3. Anualidades de amortización y de capitalización	297
19.4. Descuento	300
Problemas propuestos	304
Soluciones	306
<b>20. Los números complejos</b>	
20.1. Los números complejos	307
20.2. Propiedades de los números complejos	310
20.3. Representación de los números complejos	316
Problemas propuestos	318
Soluciones	319
<b>III. Polinomios</b>	

<b>21. Los polinomios y sus operaciones</b>	323
21.1. Definiciones	
21.2. Suma de polinomios	329
21.3. Resta de polinomios	332
21.4. Multiplicación de polinomios	339
21.5. El anillo de los polinomios $R(x)$	347
Problemas propuestos	348
Soluciones	349
<b>22. Potencias de Polinomios, binomio de Newton</b>	
22.1. Potenciación	351
22.2. El binomio de Newton	357
Problemas propuestos	364
Soluciones	365
<b>23. División de polinomios</b>	
23.1. División de polinomios	367
23.2. Regla de Ruffini	
Problemas propuestos	385
Soluciones	386
<b>24. Divisibilidad de polinomios</b>	
24.1. Teorema del resto	389
24.2. Descomposición factorial de polinomios	400
Problemas propuestos	420
Soluciones	422
<b>25. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de polinomios</b>	425
25.1. Máximo común divisor de polinomios	
25.2. Máximo común múltiplo de polinomios	440
Problemas propuestos	49
Soluciones	450
<b>26. Fracciones algebraicas</b>	
26.1. Definición y propiedades	453
26.2. Reducción y simplificación de fracciones algebraicas	458
26.3. Operaciones con fracciones algebraicas	476
26.4. El cuerpo de las fracciones algebraicas	497
Problemas propuestos	498
Soluciones	499
<b>IV. Ecuaciones</b>	
<b>27. Ecuaciones de primer grado</b>	503
27.1. Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita	
27.2. Problemas que se resuelven mediante ecuaciones de primer grado	514
Problemas propuestos	517
Soluciones	520
<b>28. Ecuaciones de segundo grado</b>	
28.1. Definición	521
28.2. Ecuaciones incompletas	
28.4. Resolución de la ecuación completa	524
28.4. Propiedades de las raíces de la ecuación de segundo grado	528
28.5. Resolución de ecuaciones de grado superior a dos mediante ecuaciones de segundo grado	532

Problemas propuestos	534
Soluciones	536
<b>29. Sistemas de ecuaciones</b>	
29.1. Ecuaciones con dos incógnitas	539
29.2. Sistemas de ecuaciones lineales Métodos de resolución	540
29.3. Numero de soluciones de un sistema	544
29.4. Sistema de ecuaciones no lineales	546
Problemas propuestos	548
Soluciones	551
<b>30. Desigualdades e inecuaciones</b>	
30.1. Intervalos de la recta real	553
30.2. Propiedades de las desigualdades	555
30.3. Inecuaciones de primer grado	557
30.4. Sistemas de inecuaciones en un variable	559
30.5. Inecuaciones polinómicas de grado superior la primero	560
30.6. Inecuaciones fraccionarias	563
Problemas propuestos	564
Soluciones	566
<b>V. Matrices y sistemas lineales</b>	
<b>31. Matrices</b>	571
31.1. Matrices: definiciones y clases	
31.2. Operaciones con matrices	574
31.3. La matriz traspuesta	578
Problemas propuestos	579
Soluciones	582
<b>32. Determinantes</b>	
<b>La matriz inversa</b>	585
32.1. Concepto de determinantes	
32.2. Propiedades de los determinantes	587
32.3. Forma matricial de un sistema de ecuaciones	589
32.4. Matriz inversa de una matriz cuadrada	590
Problemas propuestos	592
Soluciones	595
<b>33. Sistemas lineales</b>	
El método de Gauss	597
33.1. Sistemas de ecuaciones lineales	
33.2. Clasificación de los sistemas de ecuaciones lineales	599
33.3. Descripción del método de Gauss	600
33.4. Discusión de un sistema lineal por el método de gauss	602
33.5. Sistemas homogéneos	604
Problemas propuestos	605
Soluciones	608
<b>VI. Figura geométricas planas</b>	
<b>34. Ángulos y rectas</b>	611
34.1. Ángulos	
34.2. Perpendicularidad y paralelismo	619
34.3. Rectas cortadas por una secante	627
34.4. Proporcionalidad de segmentos	632

34.5. Propiedades de ángulos con lados perpendiculares o paralelos	635
Problemas propuestos	639
Soluciones	641
<b>35. Triángulos</b>	
35.1. Definiciones y nomenclatura	643
35.2. Propiedades de los ángulos de un triángulo	648
35.3. Igualdad de triángulos	650
35.4. Triángulos semejantes	658
35.5. Relaciones entre los lados de un triángulo	671
Problemas propuestos	688
Soluciones	689
<b>36. Otros polígonos</b>	
36.1. Definiciones	691
36.2. Relaciones que cumplen los lados de los polígonos regulares	698
36.3. Semejanza de polígonos	705
36.4. Estudio particular de los cuadriláteros	710
Problemas propuestos	721
Soluciones	722
<b>37. La circunferencia y el círculo</b>	
37.1. Definiciones	725
37.2. Relaciones notables en la circunferencia	741
37.3. Propiedades de los ángulos en la circunferencia	749
37.4. Resolución gráfica de problemas	755
Problemas propuestos	760
Soluciones	761
<b>VII. Trigonometría</b>	
<b>38. Funciones trigonométricas</b>	765
38.1. Definiciones	
38.2. Relaciones entre las funciones trigonométricas de un ángulo	768
38.3. Relaciones entre las funciones trigonométricas de algunos ángulos	779
38.4. Valores de las funciones trigonométricas de ángulos notables	782
Problemas propuestos	791
Soluciones	793
<b>39. Funciones trigonométricas de la suma y resta de un ángulo</b>	
39.1. Funciones trigonométricas de la suma y de la diferencia de dos ángulos	795
39.2. Funciones trigonométricas de los ángulos doble y mitad de un ángulo dado	800
39.3. transformación en productos de sumas y diferencias de funciones trigonométricas	804
Problemas propuestos	810
Soluciones	812
Tabla de valores de las funciones trigonométricas	815
<b>40. Resolución de triángulos</b>	
40.1. Teorema de los senos	821
40.2. Teorema del coseno	824
40.3. Discusión de los diversos casos de resolución de triángulos	825
Problemas propuestos	831
Soluciones	833

<b>VIII. Geometría analítica del plano</b>	839
<b>41. Vectores. Combinación lineal</b>	
41. Vectores	
41.1. Operaciones con vectores	840
41.3. Combinación lineal	842
41.4. Coordenadas de un vector. Operaciones	843
41.5. Cambio de base	846
Problemas propuestos	847
Soluciones	849
<b>42. El plano Afín</b>	
42.1. Sistema de referencia	851
42.2. Cambio de sistema de referencia	853
42.3. Problemas geométricos que se resuelven con vectores	855
42.4. Ecuaciones de la recta	857
42.5. Incidencia y paralelismo	862
Problemas propuestos	863
Soluciones	866
<b>43. Producto escalar</b>	
43.1. Módulo y ángulo de dos vectores	869
43.2. Producto escalar de vectores	
Propiedades	871
43.3. Normalización de un vector. Vectores unitarios	874
43.4. Expresión analítica del producto escalar	
Propiedades	875
43.5. Expresiones analíticas del módulo y del coseno del ángulo de dos vectores	877
Problemas propuestos	878
Soluciones	879
<b>44. El plano métrico</b>	
44.1. Distancia. El plano métrico	881
44.2. Ángulo de dos rectas. Pendiente de una recta. Otras ecuaciones de la recta	883
44.3. Paralelismo y perpendicularidad	888
44.4. ecuación normal de la recta	
Cosenos directores	889
44.5. Distancia de un punto a una recta	891
44.6. Área del triángulo	892
44.7. Cambio de sistema de referencia ortonormal	894
44.8. Lugares geométricos	896
Problemas propuestos	898
Soluciones	900
<b>45. Ecuación de la circunferencia</b>	
45.1. Introducción	903
45.2. Forma general de la ecuación de la circunferencia	905
45.3. Familias de circunferencias	910
45.4. Eje radical	912
45.5. Tangente a una circunferencia	915
Problemas propuestos	918
Soluciones	920

<b>46. Las cónicas</b>	923
46.1. La parábola	
46.2. Ecuaciones de la parábola	924
46.3. Ecuación de la tangente a una parábola	928
46.4. La elipse	931
46.5. Ecuaciones de la elipse	932
46.6. Propiedades de la elipse	
46.7. La hipérbola	937
46.8. Ecuaciones de la hipérbola	938
46.9. Asíntotas de la hipérbola	941
46.10. Propiedades de la hipérbola	943
Problemas propuestos	943
Soluciones	946
<b>IX. Iniciación a la geometría del espacio</b>	
<b>47. Poliedros</b>	949
47.1. Propiedades de rectas y planos	
47.2. Poliedros regulares	959
47.3. El prisma	961
47.4. La pirámide	966
Problemas propuestos	972
Soluciones	973
<b>48. Cuerpos de revolución</b>	
48.1. Definiciones	975
48.2. El cilindro	977
48.3. El cono	978
48.4. La esfera	980
Problemas propuestos	984
Soluciones	985
<b>49. El espacio Afín. La recta y el plano</b>	
49.1. Vectores en el espacio	987
49.2. Combinación lineal	989
49.3. Coordenadas de un vector	
Operaciones	990
49.4. Sistema de referencia	991
49.5. Problemas geométricos que se resuelven mediante vectores	993
49.6. Ecuaciones de la recta	995
49.7. Ecuaciones del plano	997
49.8. Recta como intersección de dos planos	999
49.9. Haz de planos	1000
49.10. Posiciones relativas de dos rectas	1002
49.11. Posiciones relativas de dos planos	1004
49.12. Posiciones relativas entre recta y plano	1005
Problemas propuestos	1006
Soluciones	1008
Tabla de áreas y volúmenes de figuras geométricas	1011
<b>X. Sucesiones</b>	
<b>50. Sucesiones</b>	1019
<b>Limite de una sucesión</b>	
50.1. Sucesiones	

50.2. Sucesiones acotadas	
50.3. Sucesiones monótonas	1023
50.4. Operaciones con sucesiones	
50.5. Distancia entre dos puntos de la recta real	1026
Entornos	
50.6. Límites de una sucesión	1027
50.7. Acotación y convergencia	1031
50.8. Comparación de límites	1032
50.9. Sucesiones divergentes y oscilantes	
Problemas propuestos	1033
Soluciones	1036
<b>51. Cálculo de límites el número E</b>	
51.1. Infinitésimos	1039
51.2. Infinitésimos y sucesiones divergentes	1040
51.3. Infinitésimos y sucesiones convergentes	1042
51.4. Límite de las sucesiones suma y producto	1044
51.5. Límite de la sucesión inversa y de la sucesión cociente	1045
51.6. Operaciones con sucesiones divergentes	1047
51.7. Límite de sucesiones polinómicas	1050
51.8. Límites de cocientes polinómicos	1051
51.9. Expresiones indeterminadas	1052
51.10. Expresiones exponenciales	
El número E	1054
Problemas propuestos	1057
Soluciones	1061
<b>XI. Funciones reales</b>	
<b>52. Funciones reales de variable real</b>	
52.1. Función real de variable real	1065
52.2. Dominio de una función	1067
52.3. Operaciones con funciones	1068
52.4. Funciones crecientes y decrecientes	1069
52.5. Composición de funciones	1071
52.6. Funciones clásicas	
1. Funciones lineales	1073
2. Funciones formadas por trozos de rectas	1074
3. Funciones cuadráticas	1076
4. Funciones polinómicas	
5. Funciones de proporcionalidad inversa. La hipérbola	1077
Problemas propuestos	1078
Soluciones	1079
<b>53. Límites de funciones</b>	
<b>Continuidad</b>	
53.1. Límite de una función en un punto	1081
53.2. Límites infinitos	1084
53.3. Límites en el infinito	1085
53.4. Cálculo de límites	1086
53.5. Continuidad de funciones	1092
53.6. Continuidad en un intervalo	1095
Problemas propuestos	1098

Soluciones	1101
<b>54. La función exponencial</b>	
54.1. Potencias de exponente racional	1105
54.2. Potencias de exponente real	
La función exponencial	1107
54.3. Representación grafica de la función exponencial	1110
54.4. Aplicaciones de las funciones exponenciales	1111
54.5. Ecuaciones exponenciales	1112
Problemas propuestos	1114
Soluciones	1116
<b>55. La función logarítmica</b>	
55.1. Definición	1119
55.2. La función logarítmica	1120
55.3. Propiedades de los logaritmos	1122
55.4. Casos notables	1127
55.5. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	1132
Problemas propuestos	1134
Soluciones	1136
Tabla de logaritmos decimales	1138
Tabla de antilogaritmos	1140
<b>56. El concepto de derivada</b>	
56.1. Introducción	1143
56.2. El problema de la tangente	1147
56.3. Definición de derivada	1149
Problemas propuestos	1150
Soluciones	1151
<b>57. Derivación de funciones</b>	
57.1. Derivada de una función	1153
57.2. Derivada de $f(x)=x^n$ , siendo n un numero natural	
57.3. Derivada de una suma de funciones	1154
57.4. Derivada del producto de un constante por una función	1155
57.5. Derivada de una función polinómica	
57.6. Derivada de u producto de funciones	1156
57.7. Derivada de funciones de exponente fraccionario	1157
57.8. Derivada de un cociente	1160
57.9. Derivada de las funciones trigonométricas	1161
57.10. Derivada de la función logarítmicas	1164
57.11. Derivada de funciones compuestas	
Regla de la cadena	1165
57.12. Derivada de las funciones inversas	1168
57.13. Derivada de las funciones trigonométricas inversas	1169
57.14. Derivada de la función exponencial	1171
Problemas propuestos	1172
Soluciones	1175
<b>58. Aplicaciones de la derivada</b>	
58.1. Tangentes a la cónicas	1179
58.2. Crecimiento de una función	1181
58.3. Extremos relativos de una función	1182
58.4. Problemas de optimización	1184

58.5. Concavidad y convexidad	1187
58.6. Representación de funciones polinómicas	1189
458.7. Representación de funciones racionales	1190
Problemas propuestos	1193
Soluciones	1195
<b>59. La integral indefinida</b>	
59.1. Primitiva de una función	1197
59.2. Integral indefinida	
59.3. Integrales inmediatas	1198
59.4. Métodos generales de integración	1200
59.5. Integración de funciones racionales	1206
Problemas propuestos	1211
Soluciones	1214
<b>60. La integral definida</b>	
60.1. Integral definida	1219
60.2. Propiedades de la integral definida	
60.3. La integral y su relación con la derivada	1221
60.4. Cálculos áreas	1225
60.5. Aplicaciones geométricas de la integral	1231
Problemas propuestos	1237
Soluciones	1239
<b>XII. Estadística y probabilidad</b>	
<b>61. Estadística</b>	
61.1. Introducción	1243
61.2. Distribuciones de frecuencia	
61.3. Medidas de centralización	1257
61.4. Medidas de dispersión	1262
Problemas propuestos	1267
Soluciones	1269
<b>62. Probabilidad</b>	
62.1. Nociones de combinatoria	1271
62.2. Experimentos aleatorios. sucesos	1276
62.3. Operaciones con sucesos	1278
62.4. Frecuencias. Ley de los grandes números	1279
62.5. Definición y propiedades de la probabilidad	1281
Problemas propuestos	1284
Soluciones	1287
<b>63. Probabilidad condicionada</b>	
63.1. Probabilidad condicionada	1289
63.2. Sucesos independientes	1292
62.3. Experiencias dependientes	1294
62.4. Experiencias independientes	1296
62.5. Probabilidad total	
Teorema de Bayes	1297
Problemas propuestos	1299
Soluciones	1302
Apéndice: el uso de la calculadora	1305